ESTUDIO ANALÍTICO DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES CON ROTURA PLANA

A. O. Oliva; M. A. Rodríguez** y M. B. Prendes****

** Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Cuba*
*** Escuela de Minas. Universidad de Oviedo*
**** Becario de investigación. Universidad de Oviedo*

Resumen

La rotura plana se produce en aquellos taludes donde por determinadas condiciones geológicas o geotécnicas, el deslizamiento de la masa de suelo ocurre a través de una única superficie plana, llamada plano de rotura. En el presente trabajo se proponen formulaciones analíticas basadas en el equilibrio límite, que permiten calcular el factor de seguridad y estudiar el comportamiento de los parámetros que intervienen en la estabilidad de taludes donde ocurre este tipo de rotura. Se comparan en diferentes taludes, los factores de seguridad calculados al aplicar las formulaciones analíticas con los obtenidos según los métodos clásicos.

Palabras clave: estabilidad de taludes, factor de seguridad, equilibrio límite.

Abstract

The plane failure occures in slopes where due to certain geological or geotechnical conditions, the slip of the soil mass is produced through a unique planar surface called failure plane. In this paper analytical formulations based on the limit equilibrium are proposed which permit the calculation of the factor of safety and the study of the behaviuor of the parameters governing the stability of slopes where this type of failure occures. In addition, factors of safety computed by application of the analytical formulations compared with those obtained from classical methods for diferent slopes are presented.

Key words: slopes stability, factor of safety, limit equilibrium.

1. Introducción

Se supone un talud en terreno homogéneo, cuyas propiedades están definidas por la densidad *(γ)*, el ángulo de fricción *(ϕ)* y la cohesión *(c).* Las formulaciones analíticas fueron obtenidas suponiendo que dicho talud está formado por un plano que representa su pendiente (Ω_α) y otros dos que permiten considerar el pie *(Ω_η)* y la inclinación de la corona (Ω_β). Dichos planos fueron cortados por uno perpendicular dando lugar a rectas (en dos dimensiones), que a su vez, fueron cortadas por otra recta de inclinación ψ para modelizar la rotura planar.

El análisis se realizó siguiendo un procedimiento que cuenta con dos etapas fundamentales:

- Obtención de las relaciones geométricas
- Análisis del equilibrio

En la primera etapa se obtienen las ecuaciones que representan las relaciones geométricas, quedando definidas las dimensiones del cuerpo que tiende a deslizar y por tanto, es posible calcular parámetros tan importantes como: área, volumen y peso de la masa de suelo en inminente falla. En la segunda etapa se considera que el mencionado cuerpo, está en equilibrio límite y se asume un criterio de rotura para establecer la resistencia a cortante del suelo en el momento de la falla. Las consideraciones anteriores permiten obtener las ecuaciones de los momentos resistente y motor, y a partir de ellas, la ecuación del factor de seguridad.

2. Relaciones geométricas

Consideramos el talud (véase Figura 1) formado por los planos Ω_α y Ω_β y sea Ω_ψ un plano de inclinación ψ, que constituye la superficie de rotura. La cuña limitada por dichos planos e interior al talud forma un cuerpo con cierta probabilidad de deslizamiento, de cuyo equilibrio depende la estabilidad. Suponemos unos ejes de referencia; en los que el origen *"O"* está situado sobre la vertical que pasa por el pie del talud, el eje *"z"* vertical y el eje *"x"* está orientado en sentido positivo.

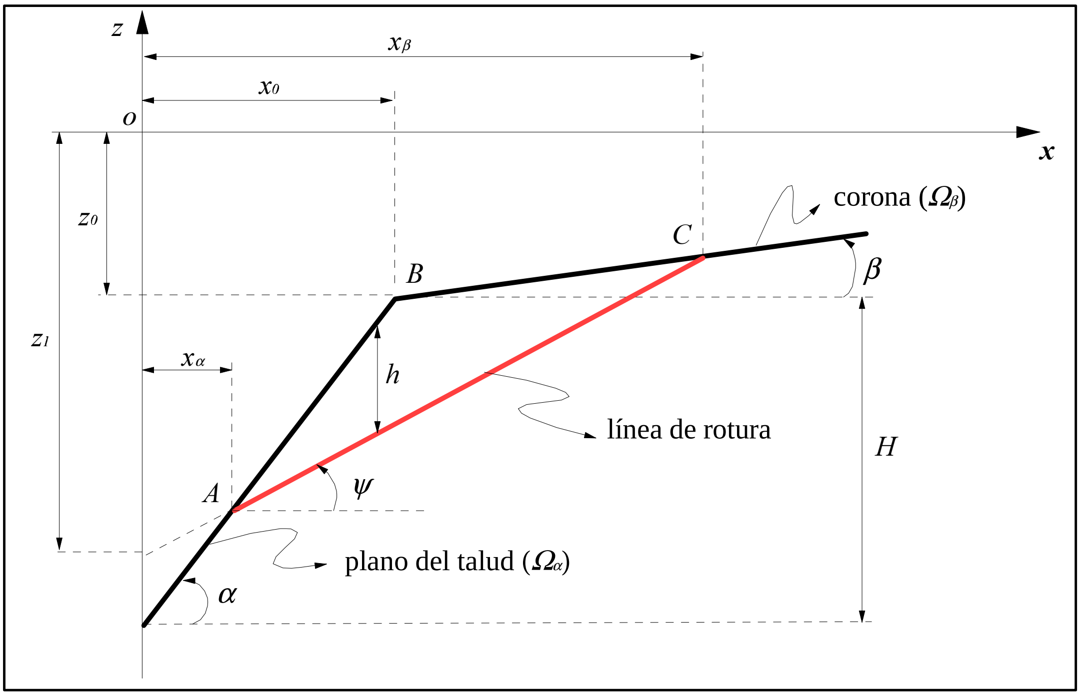

Fig. 1. Geometría del fallo plano

En la Figura 1 pueden observarse las siguientes relaciones:

$$Plano\ \ \Omega_\alpha \rightarrow \quad z = (x - x_0)\ \text{tg}\ \alpha + z_0$$
$$Plano\ \ \Omega_\beta \rightarrow \quad z = (x - x_0)\ \text{tg}\ \beta + z_0$$
$$Plano\ \ \Omega_\psi \rightarrow \quad z = x\ \text{tg}\ \psi + z_1$$

donde z_1 es la coordenada de intersección del plano de rotura con el eje *"z"*.

De la intersección de los planos Ω_α y Ω_β se deducen las coordenadas "x" de los puntos *A* y *C*:

$$x_\alpha = \frac{x_0\ \text{tg}\,\alpha - z_0 + z_1}{\text{tg}\,\alpha - \text{tg}\,\psi} \quad ; \quad x_\beta = \frac{x_0\ \text{tg}\,\beta - z_0 + z_1}{\text{tg}\,\beta - \text{tg}\,\psi}$$

donde x_α y x_β son los límites de la cuña de terreno que puede deslizar y el valor de *h* será:

$$h(x)=\begin{cases} z_p(x)-z_{\Omega\alpha}(x) & x_\alpha \le x \le x_0 \\ \\ z_p(x)-z_{\Omega\beta}(x) & x_0 < x \le x_\beta \end{cases}$$

siendo:

$z_p(x)$ la variación de *"z"* a lo largo de la línea de falla.

$z_{\Omega\alpha}$ y $z_{\Omega\beta}$ las variaciones de *"z"* en los planos Ω_α y Ω_β respectivamente.

3. Análisis del equilibrio

Puesto que el talud está formado por un terreno con cohesión efectiva *(c)*, ángulo de fricción (ϕ), y peso específico(γ), su estabilidad dependerá del equilibrio de la cuña de suelo que tiende a deslizar y este último, de la relación existente entre las fuerzas resistente (F_r) y motora (F_m), expresada a través del factor de seguridad (F_s).

$$F_s=\frac{\textit{Fuerza resistente}}{\textit{Fuerza motora}}$$

Fuerza resistente (F_r)

Es la resultante de las fuerzas que se oponen al deslizamiento de la cuña de suelo a lo largo de la línea de rotura, es decir, las fuerzas debido a la cohesión y fricción del terreno que se expresan matemáticamente como tensión cortante (τ), según el criterio de fallo de Morh-Coulomb.

$$\tau = c + \sigma_n \operatorname{tg}\phi$$

Por tanto un elemento diferencial de la línea de rotura *(ds),* aportará un diferencial de fuerza resistente dado por:

$$dF_r = (c + \sigma_n \operatorname{tg}\phi)ds \qquad (1)$$

en cada punto de la curva de rotura la tensión normal será:

$$\sigma_n = \gamma\, h \cos\psi \tag{2}$$

por tanto,

$$\sigma_n = \begin{cases} \gamma \cos\psi (x \operatorname{tg}\alpha - x \operatorname{tg}\psi - z_1 - x_0 \operatorname{tg}\alpha + z_0) & x_\alpha \le x \le x_0 \\ \\ \gamma \cos\psi (x \operatorname{tg}\beta - x \operatorname{tg}\psi - z_1 - x_0 \operatorname{tg}\beta + z_0) & x_0 < x \le x_\beta \end{cases}$$

De forma similar, pueden obtenerse las tensiones tangenciales en el plano de rotura:

$$\tau = \begin{cases} \gamma \operatorname{sen}\psi (x \operatorname{tg}\alpha - x \operatorname{tg}\psi - z_1 - x_0 \operatorname{tg}\alpha + z_0) & x_\alpha \le x \le x_0 \\ \\ \gamma \operatorname{sen}\psi (x \operatorname{tg}\beta - x \operatorname{tg}\psi - z_1 - x_0 \operatorname{tg}\beta + z_0) & x_0 < x \le x_\beta \end{cases}$$

La Figura 2 muestra las distribuciones de tensiones a lo largo del plano de falla y otros parámetros necesarios para establecer las ecuaciones de equilibrio.

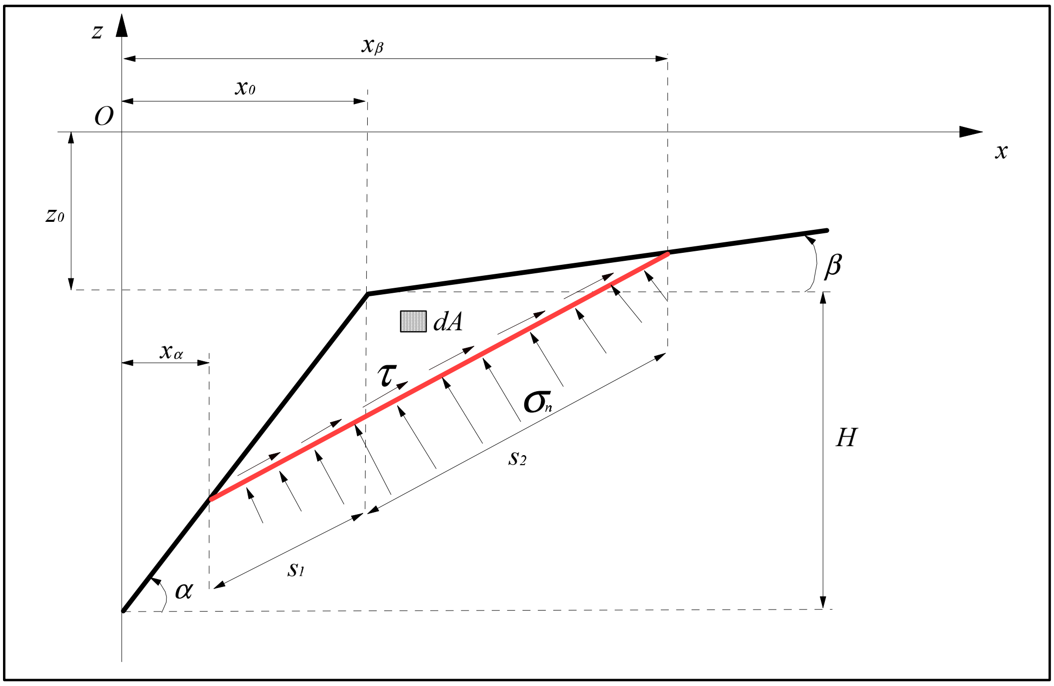

Fig. 2. Tensiones normales y tangenciales en el plano de rotura

La fuerza resistente total será la integral curvilínea a lo largo de la línea de rotura *(s),*

$$F_r = \int_s \left(c + \sigma_n \operatorname{tg}\phi\right) ds \qquad (3)$$

Teniendo en cuenta que la tensión normal varía a lo largo de la línea de rotura para los diferentes valores de *"x"*, la ecuación anterior se puede expresar como:

$$F_r = F_{r1} + F_{r2} \qquad (4)$$

donde:

F_{r1} es la fuerza resistente que se produce en el tramo s_1 de la línea de rotura ($x_\alpha \leq x \leq x_0$).

F_{r2} es la fuerza resistente que se produce en el tramo s_2 de la línea de rotura ($x_0 < x \leq x_\beta$).

sustituyendo σ_n en la ecuación *(3)* y calculando de forma independiente las fuerzas tenemos:

$$F_r = c\int_s ds + \operatorname{tg}\phi \int \sigma_n ds \qquad (5)$$

como $ds = \dfrac{dx}{\cos\psi}$

$$F_{r1} = \frac{c}{cos\psi} \int_{x_\alpha}^{x_0} dx + \gamma tg\,\phi\, tg\,\alpha \int_{x_\alpha}^{x_0} xdx - \gamma tg\,\psi\, tg\,\phi \int_{x_\alpha}^{x_0} xdx - \gamma\, z_1\, tg\,\phi \int_{x_\alpha}^{x_0} dx - \gamma tg\,\phi\, tg\,\alpha\, x_0 \int_{x_\alpha}^{x_0} dx$$
$$+ \gamma tg\,\phi\, z_0 \int_{x_\alpha}^{x_0} dx \qquad (6)$$

$$F_{r2} = \frac{c}{cos\psi} \int_{x_0}^{x_\beta} dx + \gamma tg\,\phi\, tg\,\beta \int_{x_0}^{x_\beta} xdx - \gamma tg\,\psi\, tg\,\phi \int_{x_0}^{x_\beta} xdx - \gamma\, z_1\, tg\,\phi \int_{x_0}^{x_\beta} dx - \gamma tg\,\phi\, tg\,\beta\, x_0 \int_{x_0}^{x_\beta} dx$$
$$+ \gamma tg\,\phi\, z_0 \int_{x_0}^{x_\beta} dx \qquad (7)$$

calculando las integrales, resulta:

$$F_{r1} = \frac{c}{\cos\psi}(x_0 - x_\alpha) + \frac{\gamma\,\mathrm{tg}\phi\,\mathrm{tg}\alpha}{2}(x_0{}^2 - x_\alpha{}^2) - \frac{\gamma\,\mathrm{tg}\phi\,\mathrm{tg}\psi}{2}(x_0{}^2 - x_\alpha{}^2) - \gamma z_1\,\mathrm{tg}\phi(x_0 - x_\alpha)$$
$$-\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\phi\,\mathrm{tg}\alpha x_0}{2}(x_0 - x_\alpha) + \gamma z_0\,\mathrm{tg}\phi(x_0 - x_\alpha) \qquad (8)$$

$$F_{r2} = \frac{c}{\cos\psi}(x_\beta - x_0) + \frac{\gamma\,\mathrm{tg}\phi\,\mathrm{tg}\beta}{2}(x_\beta{}^2 - x_0{}^2) - \frac{\gamma\,\mathrm{tg}\phi\,\mathrm{tg}\psi}{2}(x_\beta{}^2 - x_0{}^2) - \gamma z_1\,\mathrm{tg}\phi(x_\beta - x_0)$$
$$-\frac{\gamma\,\mathrm{tg}\phi\,\mathrm{tg}\beta\, x_0}{2}(x_\beta - x_0) + \gamma z_0\,\mathrm{tg}\phi(x_\beta - x_0) \qquad (9)$$

Las ecuaciones *(8)* y *(9)* permiten calcular la fuerza resistente que se produce en un plano de rotura dado por su coordenada z_1 y ángulo de inclinación ψ, en función de la geometría del talud y de las propiedades físico-mecánicas del terreno.

Fuerza motora *(F_m)*

Será la producida por el peso de la cuña de terreno con probabilidad de deslizamiento, y de alguna sobrecarga que pueda estar en la corona del talud. En caso de no existir sobrecargas, será la integral doble,

$$F_m = \gamma \operatorname{sen}\psi \iint dxdz \qquad (10)$$

dividiendo en dos partes la integral, según las zonas que aparecen en el plano de rotura:

$$F_m = F_{m1} + F_{m2} \qquad (11)$$

siendo,

$$F_{m1} = \frac{\gamma \operatorname{sen}\psi\,\mathrm{tg}\alpha}{2}(x_0{}^2 - x_\alpha{}^2) - \gamma x_0\,\mathrm{tg}\alpha \operatorname{sen}\psi(x_0 - x_\alpha) + \gamma z_0 \operatorname{sen}\psi(x_0 - x_\alpha)$$
$$-\frac{\gamma \operatorname{sen}\psi^2}{2\cos\psi}(x_0{}^2 - x_\alpha{}^2) - \gamma z_1 \operatorname{sen}\psi(x_0 - x_\alpha) \qquad (12)$$

$$F_{m2} = \frac{\gamma \operatorname{sen}\psi\,\mathrm{tg}\beta}{2}(x_\beta{}^2 - x_0{}^2) - \gamma x_0\,\mathrm{tg}\beta \operatorname{sen}\psi(x_\beta - x_0) + \gamma z_0 \operatorname{sen}\psi(x_0 - x_\alpha)$$
$$-\frac{\gamma \operatorname{sen}\psi^2}{2\cos\psi}(x_\beta{}^2 - x_0{}^2) - \gamma z_1 \operatorname{sen}\psi(x_\beta - x_0) \qquad (13)$$

sumando *(12)* y *(13)* tenemos:

$$F_m = \frac{\gamma \operatorname{sen}\psi}{2}\left[\operatorname{tg}\alpha(x_0{}^2 - x_\alpha{}^2) + \operatorname{tg}\beta(x_\beta{}^2 - x_0{}^2)\right] - \gamma x_0 \operatorname{sen}\psi\left[\operatorname{tg}\alpha(x_0 - x_\alpha) + \operatorname{tg}\beta(x_\beta - x_0)\right]$$
$$+ \gamma z_0 \operatorname{sen}\psi(x_\beta - x_\alpha) - \frac{\gamma \operatorname{sen}\psi^2}{2\cos\psi}(x_\beta - x_\alpha) - \gamma z_1 \operatorname{sen}\psi(x_\beta - x_\alpha) \qquad (14)$$

La ecuación *(14)* permite calcular la fuerza que trata de deslizar la cuña de suelo sobre el plano de rotura.

4. Aplicación de las formulaciones

En este apartado se presentan los resultados obtenidos al aplicar las formulaciones analíticas en el cálculo del factor de seguridad de taludes en un suelo cuyas propiedades físico-mecánicas se muestran en la Tabla I.

TABLA I

CARACTERÍSTICAS DEL SUELO UTILIZADO

Descripción	Densidad (KN/m^3)	Cohesión (Kpa)	Fricción (grados)
Arena fina arcillosa	18,8	25	15

El análisis se realizó en un talud con una altura de 20m, corona horizontal y ángulo de 65º. El ángulo de inclinación del plano de rotura se consideró variable, consiguiendo de esa forma, estudiar el comportamiento del factor de seguridad en un intervalo comprendido entre 10º y 60º. Los factores de seguridad fueron calculados utilizando las ecuaciones obtenidas en los apartados anteriores.

Cada plano de rotura formará con el talud una cuña, a la cual se puede calcular las fuerzas resistente y motora, y el factor de seguridad. Con el objetivo de simplificar y agilizar el procedimiento antes mencionado, se elaboraron aplicaciones informáticas que permiten además, estudiar la influencia de otros parámetros que intervienen en el análisis de la estabilidad.

Los valores de los factores de seguridad obtenidos se presentan en la Tabla II, así como los resultados del cálculo realizado con el programa informático “Slope”, que utiliza los métodos de dovelas para el análisis de la estabilidad.

TABLA II

FACTORES DE SEGURIDAD EN LA ROTURA PLANA

Inclinación del plano de rotura (en grados)	Factor de seguridad (Programa Slope)	Factor de seguridad (Formulación analítica)
10	2,390	2,195
15	1,643	1,537
20	1,281	1,711
25	1,077	0,981
30	0,956	0,870
35	0,887	0,825
40	0,860	0,831
45	0,877	0,839
50	0,957	0,892
55	1,174	1,140
60	1,900	1,820

En la Figura 3 se ilustran los comportamientos del factor de seguridad con la variación de la inclinación del plano de rotura, obtenidos según la formulación analítica (azul) y los calculados con el programa Slope (rojo).

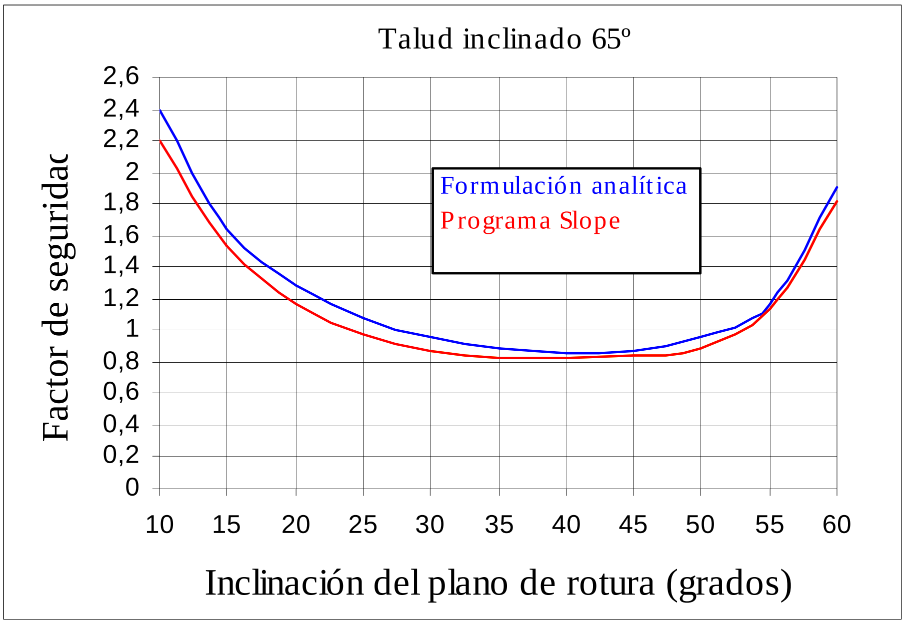

Fig. 3. Comportamientos del factor de seguridad con el plano de rotura

En la Figura 3 se observa que el comportamiento del factor de seguridad obtenido con la formulación analítica es similar al calculado según los métodos clásicos (programa Slope) quedando definido en ambos casos, que el talud es inestable para ángulos de inclinación del plano de rotura comprendidos entre 25º y 55º aproximadamente.

Una aplicación práctica de las formulaciones propuestas, en el diseño de taludes donde se espera un fallo plano, es la determinación del ángulo recomendable conociendo la inclinación del plano de rotura. La Figura 4 muestra el comportamiento del factor de seguridad con la variación del ángulo del talud estudiado anteriormente, suponiendo un plano de rotura inclinado 40º.

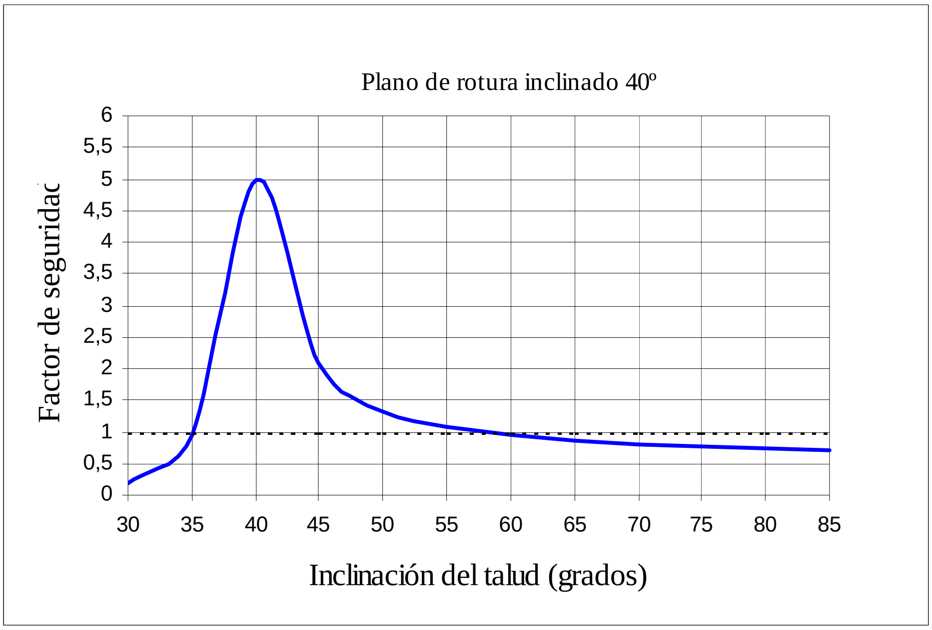

Fig. 4. Comportamiento del factor de seguridad según inclinación del talud

El comportamiento del factor de seguridad representado en la Figura 4 permite definir claramente que el ángulo recomendable para garantizar la estabilidad del talud estudiado, está en el entorno de los 40º.

5. Conclusiones

Los factores de seguridad obtenidos al aplicar las formulaciones propuestas son prácticamente iguales a los calculados utilizando los métodos clásicos, con la ventaja de realizar el análisis del continuo sin dividir la cuña de suelo en partes. Dichas formulaciones resultan de gran utilidad práctica no sólo para calcular el factor de seguridad en taludes con rotura plana, sino porque permiten estudiar la influencia de diferentes parámetros en la estabilidad. Así por ejemplo, en el talud estudiado se pueden hacer las siguientes observaciones:

El factor de seguridad (Figura 3) disminuye inicialmente hasta llegar a un mínimo cuando el ángulo del plano de rotura es de 40º, y a partir de dicho punto aumenta en una proporción menor quedando bien definidos los ángulos que hacen inestable el talud *(F_s<1)*. Este comportamiento está dado por la disminución de la fuerza resistente en la primera etapa, y de la fuerza motora en la segunda, esta última, debido a la reducción de las dimensiones de la cuña.

El comportamiento del factor de seguridad que se representa en la Figura 4, indica que en taludes con las propiedades del suelo de la Tabla I y plano de rotura inclinado 40º, los ángulos de talud inferiores a 35º y superiores a 55º no garantizan la estabilidad, o lo hacen muy cerca del equilibrio límite *($F_s = 1$),* por lo que no son recomendables.

6. Bibliografía

AYALA, F. J. Y OTROS 1987. *Manual de taludes*. Serie Geotecnia. IGME. Madrid. 456 pp.

CHENG, Y. M. 1997. *Compararison between methods of slices and method of wedges in slope stability analysis.* Geotechnical Engineering, Southeast Asian Geotechnical Society.

GEO-SLOPE International Ltd 1997. *Manual para usuarios del programa SLOPE/W* (versión 4.0). Alberta, Canadá.

OLIVA GONZÁLEZ, A. O. 1999. *Análisis de la estabilidad y seguridad de taludes*. Tesis doctoral. Dpto. de Explotación y Prospección de Minas. Universidad de Oviedo. España. 227 pp.

REDDICK, H. W. and MILLER, F. H. 1961. *Matemática superior para ingenieros.* Compañía editorial continental. México.

SORIANO, A. 1997. *Análisis de problemas de estabilidad de taludes*. Conferencias del IV Simposio Nacional sobre Taludes y Laderas Inestables. Granada. Noviembre 1997. Vol. III. pp. 919-953.