

TORSIÓN NO UNIFORME EN SECCIONES METÁLICAS DE PARED DELGADA.

^PPrendes Gero, M^a Belén.
González Nicieza, Celestino.
Álvarez Vigil, Arturo E.
Álvarez Fernández, M. Inmaculada.
Departamento de Construcción e Ingeniería de la Fabricación.
Área de Expresión gráfica.
E.U.I.T. de Minas de Mieres.
Reinero García, s/n, 33600 Mieres.
E-mail: belen@mieres.uniovi.es
Tfno.: 34 98 5458018;

1 RESUMEN

Los cálculos de estructuras metálicas se realizan habitualmente sin tener en cuenta la torsión de los elementos estructurales, o considerando que dicha torsión es uniforme. Cuando se tiene en cuenta la componente no uniforme de la torsión, es necesario determinar, a partir de las coordenadas sectoriales, parámetros geométricos como el momento estático de alabeo, el módulo estático de alabeo y el centro de esfuerzos cortantes. En este estudio se ha realizado el cálculo de estos parámetros partiendo de líneas y arcos de circunferencia que delimitan el contorno de la sección. Describiremos los algoritmos desarrollados en el programa Geometor y como se intercambia la información geométrica generada con los programas de cálculo, utilizando para ello las herramientas gráficas facilitadas por las MFC.

2 ABSTRACT

The analysis of steel structures is usually done without taking into account torsion of the structural elements, or considering that such torsion is uniforme. When the non-uniform component of torsion is considered, it is necessary to compute, from sectorial coordinates, geometrical parameters such as wabbling static moment, and the center of shear stresses. In this paper a computation of these parameters has been achieved based on lines and circunferencial arcs which define the section. We describe the algorithms developed in the Geometor program and how the generated geometrical information is exchanged with analysis programmes, all done by the graphical tools facilitated by MFC.

3 INTRODUCCIÓN

En la práctica de la construcción moderna de estructuras metálicas, se emplean con mucha frecuencia las secciones de pared delgada que garantizan alta rigidez y resistencia y tienen, al mismo tiempo, un peso relativamente pequeño. La particularidad fundamental de la sección de pared delgada es la relación característica de sus dimensiones geométricas. Una de las dimensiones de la sección transversal (el espesor) es mucho menor que la otra (la longitud del contorno) como se observa en la Fig 1.

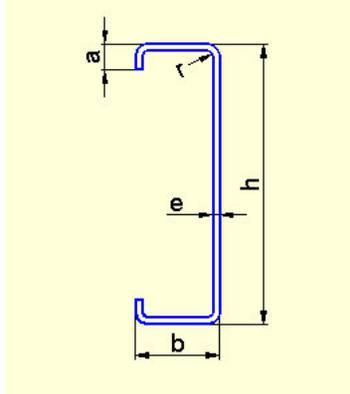


Fig 1 – Sección de pared delgada.

Los programas de análisis estructural, empleados habitualmente, tienen en cuenta no solo el comportamiento a compresión, tracción, flexión, sino también aspectos más específicos como estimación de pandeo, tracción y compresión excéntrica, flexión desviada, o torsión uniforme y no uniforme. En este último caso, de especial importancia para secciones de pared delgada, han de introducirse parámetros como el centro de esfuerzos cortantes, el módulo de alabeo, etc, que no figuran en los prontuarios más que para una tipología de secciones muy específica.

En este trabajo, se ha desarrollado un programa informático Geometor, que permite determinar estos parámetros para las secciones de pared delgada, perfiles conformados o laminados con geometrías genéricas.

4 TORSIÓN DE PERFILES DE PAREDES DELGADAS

Al realizar un seccionamiento en un prisma mecánico y eliminar una de sus partes, se ha de considerar en el centro de gravedad de la sección, una fuerza y un momento equivalentes a la acción externa con el fin de mantener el equilibrio de fuerzas.

Descompuesta la resultante según los ejes del triedro trirrectángulo definido por la tangente a la línea media y las direcciones principales de inercia de la sección, obtenemos una componente normal según el primer eje (*tracción o compresión*) y otra componente en el plano de la sección (que origina el fenómeno de *cortadura*).

Por otra parte, descompuesto el momento resultante en estas tres direcciones da origen a tres componentes, la primera, tangente a la línea media, es llamada *momento torsor*, las otras dos, en las direcciones de los ejes principales de inercia de la sección, son los *momentos flectores*.

Diremos que una sección en la que sólo actúa el momento torsor está sometida a *torsión pura* cuando el resto de los esfuerzos son nulos. Si actúan además alguno de los restantes esfuerzos, diremos que la pieza está sometida a *torsión compuesta*.

La torsión pura, dependiendo de la forma de la sección y de la vinculación de la pieza a la que pertenezca, puede ser de tres tipos:

1. **Torsión uniforme o de Saint-Venant**, que únicamente provoca en la sección tensiones tangenciales.
2. **Torsión de alabeo**, que provoca tensiones tangenciales y normales.
3. **Torsión mixta**, mezcla de los dos tipos anteriores.

A partir de los esfuerzos y momentos que actúan en una estructura, se admite que la seguridad de la misma es aceptable, cuando someténdola a las acciones ponderadas en la combinación más desfavorable, dicha estructura y cada elemento es estáticamente estable. Para ello las tensiones calculadas (considerando las provocadas por los momentos torsores no uniformes) no deberán sobrepasar la condición de agotamiento del material dada por la expresión:

$$\sigma_u \geq \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Donde: σ_u = Resistencia de cálculo del acero.
 σ = tensión normal ponderada.
 τ = tensión tangencial ponderada.
 Ec. 1 – Condición de agotamiento.

Las tensiones provocadas por la torsión vendrán dadas por las expresiones:

$$\sigma_t = \frac{B \times \Omega}{I_a} \qquad \tau_t = \pm \frac{M_r \times e}{I_t} - \frac{M_a \times S_a}{e \times I_a}$$

Donde: σ_t tensión normal por torsión.
 τ_t tensión tangencial por torsión.
 B bimomento.
 Ω área sectorial.
 I_a módulo de alabeo.
 M_r momento torsor de rotación.
 e espesor.
 I_t módulo de torsión.
 M_a momento torsor de alabeo.
 S_a momento estático de alabeo.
 Ec. 2 – Tensiones por torsión.

Como se observa en la Ec. 2 los valores medios de las tensiones a partir de la torsión no uniforme implican el conocimiento de propiedades geométricas como el centro de esfuerzos cortantes, el módulo de alabeo y el momento estático de alabeo, propiedades cuyo cálculo se ha abordado en este estudio. La distribución de dichas tensiones a lo largo de una sección se indica en la Fig 2; donde (y_m, z_m) es el centro de esfuerzos cortantes.

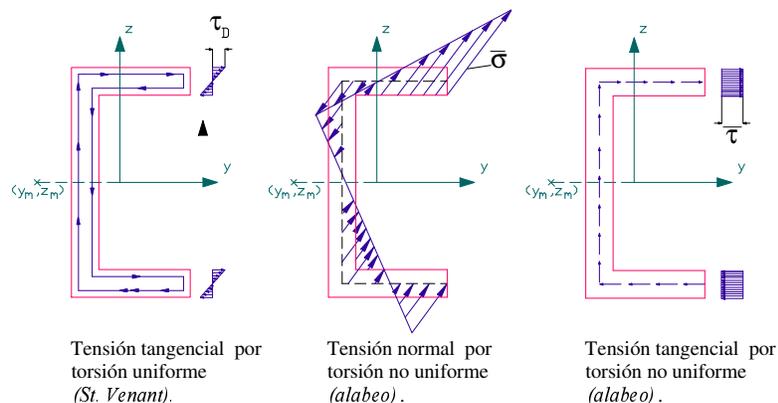


Fig 2 – Distribución de tensiones.

5 DESARROLLOS TEÓRICOS.

El cálculo de las propiedades anteriormente indicadas se ha realizado en tres fases:

1. Discretización geométrica de la sección en los tramos que configuran su línea media, usando arcos y líneas de grosor variable.
2. Determinación de las áreas sectoriales.
3. Cálculos de los parámetros geométricos para cada coordenada sectorial.

5.1 Discretización geométrica de la sección en tramos.

Se han considerado dos tipos de secciones: aquellas en las que la línea media es única puesto que las piezas abiertas no presentan nodos intermedios y secciones como las H laminadas que presentan líneas medias múltiples debido a la existencia de nodos intermedios.

En el estudio de las propiedades, se consideran dos secciones distintas: un perfil conformado tipo C y un perfil HEM armado. En el primer caso se trata de una línea media simple representada en la Fig 3.a; las partes curvas se aproximan a rectas como muestra la Fig 3.b, y es esta aproximación la que se usa en los cálculos de las propiedades geométricas características de la torsión. En el segundo caso se trata de una línea media múltiple como se observa en la Fig 4.

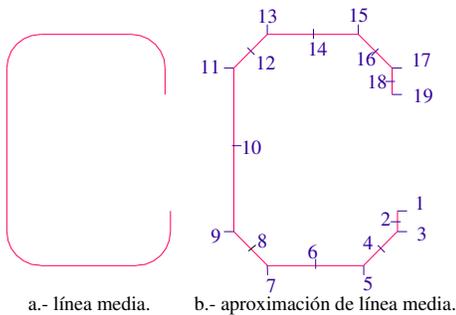


Fig 3 – Línea media simple.

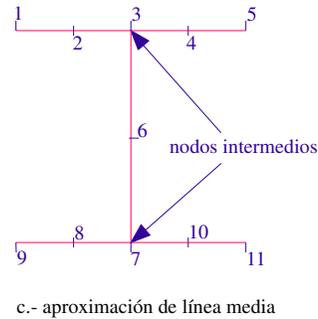


Fig 4 – Línea media compuesta.

Como se observa en la Fig 3.b, la línea media estará formada por n segmentos, que se designan como i números pares, el espesor e_i de cada segmento y las coordenadas baricéntricas x_i , y_i de los $n+1$ nodos de la línea media que se designan con i números impares.

5.2 Determinación de las áreas sectoriales.

Para la determinación de las propiedades geométricas indicadas, hemos utilizado una coordenada denominada “*área sectorial*”. Esta coordenada representada con la letra Ω corresponde a un área y no a una dimensión lineal. Considerando un punto de referencia P el área sectorial del segmento AB vendrá determinada por el producto $h_a \cdot ds$ siendo h_a la distancia entre el punto de referencia P y la tangente a la línea media y ds el elemento diferencial de línea como se refleja en la Fig 5. Los valores obtenidos considerando todos los nodos de una sección son los indicados en la Ec. 3.

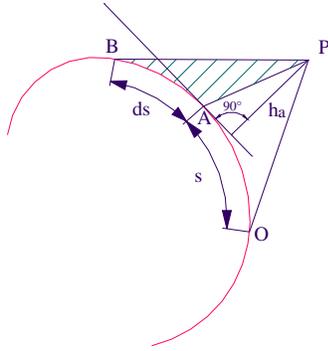


Fig 5 – Área sectorial.

$$\begin{cases} \Omega_{01} = 0 \\ \Omega_{0i} = \Omega_{0i-1} + \frac{1}{2} \cdot (x_{i-1} \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_{i-1}) \\ \Omega_{0i+1} = \Omega_{0i-1} + (x_{i-1} \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_{i-1}) \end{cases}$$

Ec. 3 – Áreas sectoriales.

5.3 Cálculos de los parámetros geométricos para cada coordenada sectorial.

En la Ec. 4, se recogen los valores estimados de cada magnitud geométrica.

Términos auxiliares	$I_{xa} = -\frac{\sum R_{xi}}{2 \cdot n} \cdot (\Omega_{0i+1} - \Omega_{0i-1})$	$I_{ya} = -\frac{\sum R_{yi}}{2 \cdot n} \cdot (\Omega_{0i+1} - \Omega_{0i-1})$
Centro de esfuerzos cortantes	$x_m = \frac{-I_y \cdot I_{xa} + I_{xy} \cdot I_{ya}}{I_x \cdot I_y - I_{xy}^2}$	$y_m = \frac{I_x \cdot I_{ya} - I_{xy} \cdot I_{xa}}{I_x \cdot I_y - I_{xy}^2}$
Coordenada de alabeo de los puntos iniciales	$\Omega_1 = \frac{-1}{A_{total}} \cdot \sum A_i \cdot \left[\Omega_{0i+1} + \Omega_{0i-1} - x_m \cdot (y_{i+1} + y_{i-1} - 2 \cdot y_1) + y_m \cdot (x_{i+1} + x_{i-1} - 2 \cdot x_1) \right]$	
Coordenadas de alabeo de los vértices y los puntos medios de los segmentos	$\begin{cases} \Omega_i = \Omega_1 + \Omega_{0i} - \frac{1}{2} \cdot x_m \cdot (y_{i+1} + y_{i-1} - 2 \cdot y_1) + \frac{1}{2} \cdot y_m \cdot (x_{i+1} + x_{i-1} - 2 \cdot x_1) \\ \Omega_{i+1} = \Omega_1 + \Omega_{0i+1} - x_m \cdot (y_{i+1} - y_1) + y_m \cdot (x_{i+1} - x_1) \end{cases}$	
Momentos estáticos de alabeo	$S_{a1} = 0$	$S_{ai} = S_{ai-1} + \frac{1}{2} \cdot A_i \cdot (\Omega_i + \Omega_{i-1})$ $S_{ai+1} = S_{ai} + \frac{1}{2} \cdot A_i \cdot (\Omega_{i+1} + \Omega_i)$
Funciones auxiliares	$R_{ai} = \frac{1}{6} \cdot (S_{ai+1} + 4 \cdot S_{ai} + S_{ai-1})$	
Módulos de alabeo	$I_a = -\frac{\sum R_{ai}}{2 \cdot n} \cdot (\Omega_{i+1} - \Omega_{i-1})$	

Ec. 4 - Centro de esfuerzos cortantes funciones y términos de alabeo.

6 PROGRAMA GEOMETOR.

Los cálculos indicados en el apartado anterior se han implementado numéricamente en el programa Geomotor (Geometría de Secciones a Torsión). Para su desarrollo se ha utilizado el lenguaje de programación C++, usando las librerías MFC y un Control Active X para la visualización gráfica.

Definiremos en primer lugar como se realiza la introducción de datos y a continuación los resultados obtenidos para un par de secciones características.

6.1 Introducción de datos.

A partir del dibujo de la sección en la que se pretende conocer las propiedades geométricas mencionadas, se dibuja la línea media de la misma. Para dicho dibujo los datos necesarios serán:

r = longitud de los tramos rectos.

β = ángulo formado por un tramo recto y la prolongación del tramo anterior.

γ = ángulo interno de los arcos de circunferencia.

c = radio de los arcos de circunferencia.

e_i = espesor inicial del elemento recto o curvo considerado.

e_f = espesor final del elemento recto o curvo considerado.

A medida que se van introduciendo los datos se va visualizando la línea media, lo que permite saber en todo momento si la introducción de datos se está realizando correctamente, o es necesaria su modificación.

Una vez introducida toda la línea media se obtienen las pantallas que se reflejan en la Fig 6. En dicha figura se presentan los dos tipos de líneas medias que se pueden encontrar. Líneas medias complejas con nudos intermedios y líneas medias simples.

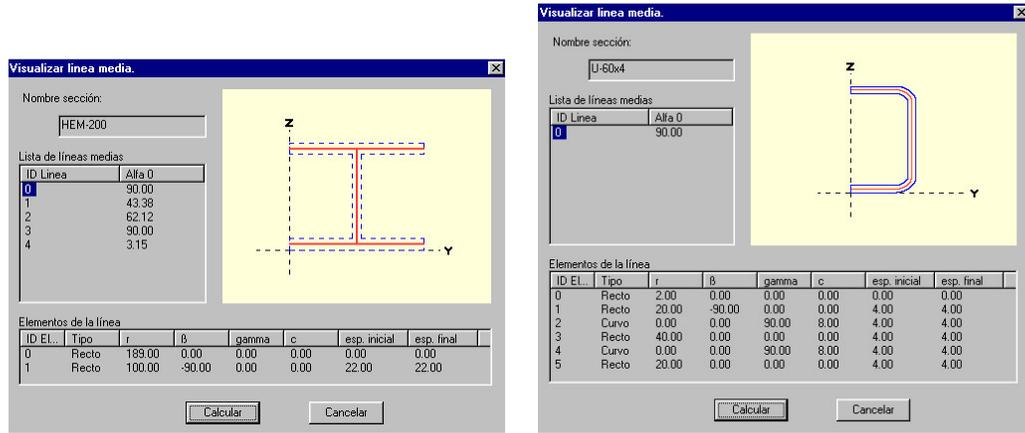


Fig 6 – Tipos de líneas medias.

6.2 Obtención de resultados.

Los resultados obtenidos son de tipo numérico o gráfico. En una primera pantalla se obtienen los valores de las propiedades geométricas calculadas como se muestra en la Fig 7 y en la Fig 8 para un perfil HEM armado y para un perfil U conformado respectivamente.

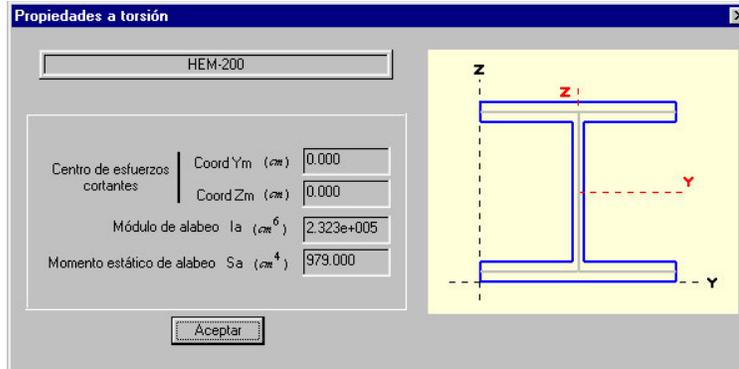


Fig 7 – Resultados numéricos en un perfil HEM armado.

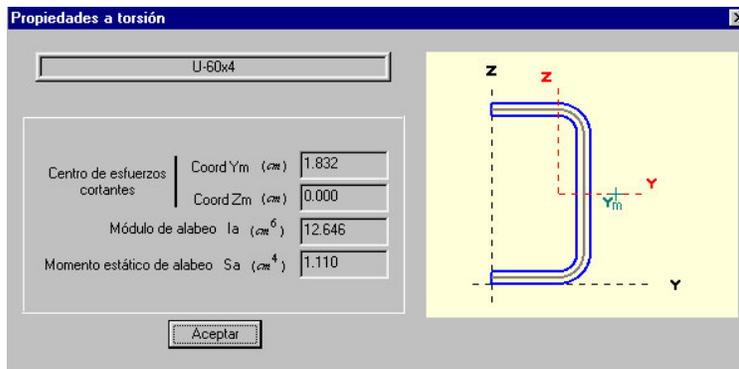


Fig 8 – Resultados numéricos en un perfil U conformado.

Tanto el centro de esfuerzos cortantes como el módulo de alabeo son valores únicos para cada sección. El valor del momento estático de alabeo depende de la coordenada sectorial considerada, por lo que el valor reflejado en la Fig 7, y en la Fig 8 es el mayor en valor absoluto de los obtenidos a lo largo de la línea media.

Una segunda pantalla de resultados será la distribución del momento estático de alabeo a lo largo de la línea media de la sección como muestra la Fig 9 y la Fig 10, donde se observan los resultados para los dos tipos de líneas medias consideradas. Los resultados se representan tomando como plano base la línea media de la sección. En la parte derecha de la visualización gráfica se observa los valores numéricos de dicha propiedad geométrica, para la sección considerada.

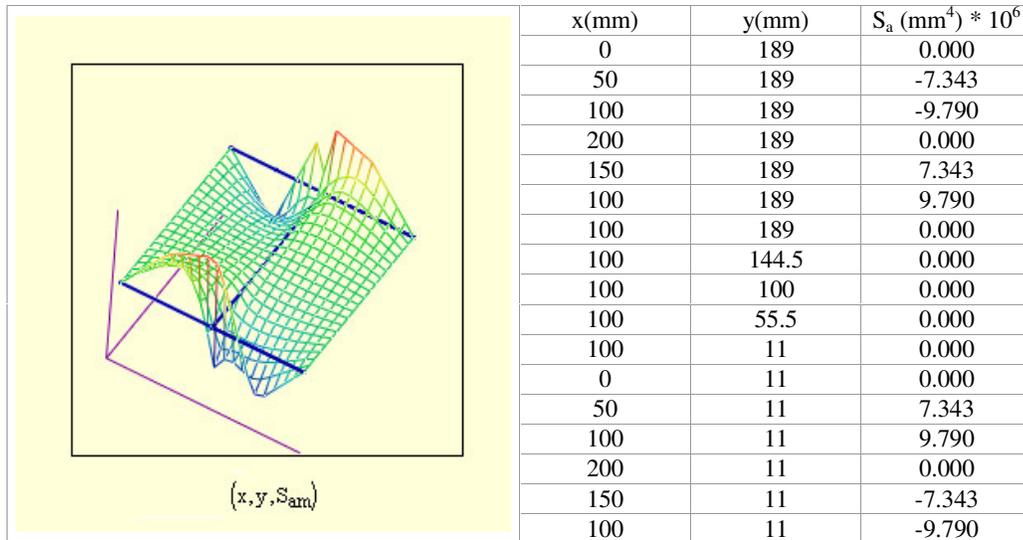


Fig 9 – Distribución del momento estático de alabeo en un perfil HEM armado.

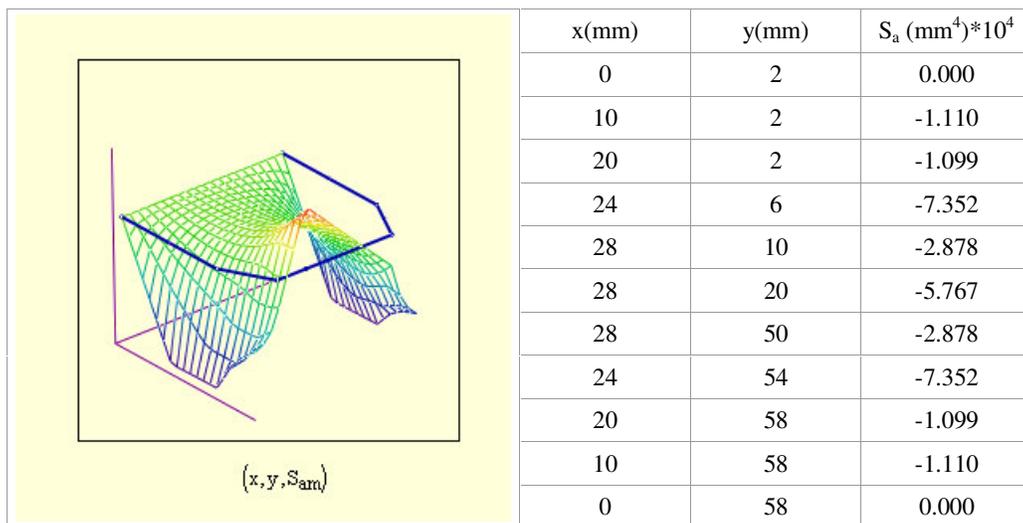


Fig 10 – Distribución del momento estático de alabeo (S_{am}) en un perfil U conformado.

7 CONCLUSIONES.

A tenor de los resultados obtenidos en el desarrollo de este trabajo se han llegado a las conclusiones siguientes:

- ✓ El centro de esfuerzos cortantes no coincide en general, con el centro de gravedad, salvo cuando la sección tenga dos ejes de simetría. Si sólo tiene un eje de simetría, se encuentra sobre él, al igual que el centro de gravedad.
- ✓ En algunos de los casos más simples resulta posible determinar la posición del centro de flexión sin necesidad de recurrir a cálculos de ninguna clase. Por ejemplo, en el caso de los perfiles T y angular el centro de flexión se encuentra en el punto de intersección de las líneas medias del ala y alma. El momento de las fuerzas tangenciales respecto a este punto es siempre igual a cero.
- ✓ El momento estático de alabeo es simétrico respecto a los ejes de simetría, anulándose en los puntos iniciales de la línea media.
- ✓ El programa Geometor permite estimar fácilmente los parámetros indicados, para una sección arbitraria, evitando así las limitaciones de los prontuarios existentes en los que dichos parámetros se reflejan en secciones muy específicas.

8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- [1] Bruce G. Johnston; F. J. Lin; T. V. Galambos. “Diseño Básico de Estructuras de acero”. Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A. Mexico, 1988. ISBN 968-880-123-2.
- [2] Ensidesa “Prontuario de Ensidesa”
- [3] “Estructuras de acero en edificación (Norma Básica de la Edificación NBE EA-95)”. A. Madrid Vicente, Ediciones. Madrid, 1996. ISBN 84-87440-86-X.
- [4] George A.; Liu J.; “Computer Solution of Large Sparce Positive Definite Systems”, Prentice-Hall Inc; New Jersey, 1981.
- [5] Microsoft Press “Microsoft Visual C++. User’s Guide (v. 1; v. 2; v. 3; v. 4; v. 5; v.6)”, Microsoft Press. ISBN 1-55615-915-3 (v. 1), ISBN 1-55615-921-8 (v. 2), ISBN 1-55615-922-6 (v. 3), ISBN 1-55615-923-4 (v. 4), ISBN 1-55615-924-2 (v. 5), ISBN 1-55615-925-0 (v. 6), Unites States of America, 1995.
- [6] Rodríguez Borlado, Ramiro; Martínez Lasheras, Carlos; Martínez Lasheras, Rafael. Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente. “Prontuario de Estructuras Metálicas”. CEDEX (Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas). Madrid, 1994. ISBN 84-7790-010-8.
- [7] Rodríguez Borlado, Ramiro. “Manual de Estructuras Metálicas de edificios urbanos”, CEDEX (Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas). Madrid, 1997. ISBN 84-7790-280-1.

9 CORRESPONDENCIA.

María Belén Prendes Gero
Departamento de Construcción e Ingeniería de la Fabricación. Área de Expresión gráfica.
E.U.I.T. de Minas de Mieres.
Reinero García, s/n, 33600 Mieres.
E-mail: belen@mieres.uniovi.es
Tfno.: 34 98 5458018;