

# Modelos Digitales del Terreno

**Introducción y aplicaciones en las ciencias ambientales**



**Angel M. Felicísimo**

<http://www.etsimo.uniovi.es/~feli>

[amfeli@unex.es](mailto:amfeli@unex.es)



<b>1</b>	<b>LOS MODELOS DIGITALES DEL TERRENO EN LAS CIENCIAS AMBIENTALES .....</b>	<b>3</b>
1.1	CONCEPTO DE MODELO.....	3
1.2	MODELOS DIGITALES DEL TERRENO (MDT).....	4
1.3	EL ORIGEN DE LOS MDT.....	7
1.4	MODELOS DIGITALES Y MODELOS ANALÓGICOS.....	7
1.5	JUSTIFICACIÓN Y PRINCIPIOS METODOLÓGICOS.....	9
<b>2</b>	<b>DEFINICIÓN Y ESTRUCTURA DEL MODELO DIGITAL DE ELEVACIONES (MDE) .....</b>	<b>12</b>
2.1	DEFINICIÓN DEL MDE.....	12
2.2	ESTRUCTURAS DE DATOS EN EL MDE.....	12
2.3	CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL MDE.....	15
2.4	REFLEXIÓN SOBRE EL ESTADO DE LOS MDE EN ESPAÑA.....	17
<b>3</b>	<b>LA CONSTRUCCIÓN DEL MDE: CAPTURA DE DATOS.....</b>	<b>18</b>
3.1	CAPTURA DE LOS DATOS.....	18
3.2	DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS DIGITALES UTILIZADOS.....	21
3.3	3.3. ALGUNOS ASPECTOS PRÁCTICOS DEL PROCESO DE DIGITALIZACIÓN.....	23
3.4	INTERPOLACIÓN EN MODELOS VECTORIALES: TRANSFORMACIÓN VECTOR- RASTER.....	25
<b>4</b>	<b>DETECCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERRORES EN LOS MDE .....</b>	<b>30</b>
4.1	LA MEDIDA DEL ERROR ATRIBUTIVO EN LOS MDE MATRICIALES.....	30
4.2	ESTIMACIÓN DEL ERROR EN LOS MODELOS MDT200.....	32
4.3	NATURALEZA Y DETECCIÓN DE LOS ERRORES POSICIONALES.....	34
4.4	DETECCIÓN DE LOS ERRORES ATRIBUTIVOS EN LOS MDE MATRICIALES.....	37
4.5	CORRECCIÓN DE LOS MDE MATRICIALES.....	39
<b>5</b>	<b>DESCRIPCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL RELIEVE.....</b>	<b>41</b>
5.1	DESCRIPTORES ESTADÍSTICOS GLOBALES.....	41
5.2	CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS DERIVADOS.....	46
5.3	CLASIFICACIÓN DE LAS FORMAS DEL RELIEVE.....	58

<b>6</b>	<b>PERFILES, CUENCAS VISUALES Y MODELOS DE REFLECTANCIA .....</b>	<b>63</b>
6.1	CÁLCULO DE VALORES PUNTUALES DE ALTITUD.....	63
6.2	TRAZADO DE PERFILES Y ANÁLISIS DE INTERVISIBILIDAD.....	67
6.3	IDENTIFICACIÓN DE CUENCAS VISUALES.....	70
6.4	VISUALIZACIÓN DEL RELIEVE Y MODELOS DE REFLECTANCIA.....	72
<b>7</b>	<b>LÍNEAS DE FLUJO, CUENCAS FLUVIALES Y MODELOS HIDROLÓGICOS .....</b>	<b>79</b>
7.1	TRAZADO DE LÍNEAS DE FLUJO.....	80
7.2	IDENTIFICACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE LAS CUENCAS DE DRENAJE.....	84
7.3	EL MODELO DE CAUDALES MÁXIMOS, MDF.....	89
7.4	IDENTIFICACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE LA RED DE DRENAJE.....	90
<b>8</b>	<b>SOMBRA, INSOLACIÓN Y MODELOS DE IRRADIANCIA .....</b>	<b>92</b>
8.1	ECUACIONES BÁSICAS DE LA TRAYECTORIA SOLAR.....	92
8.2	ANÁLISIS DEL OCULTAMIENTO TOPOGRÁFICO.....	95
8.3	ANÁLISIS DE LA INSOLACIÓN POTENCIAL.....	98
8.4	CÁLCULO DE LA RADIACIÓN SOLAR.....	100
<b>9</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>107</b>
<b>10</b>	<b>ESTRUCTURAS DE DATOS .....</b>	<b>117</b>
10.1	CONSTANTES.....	117
10.2	ESTRUCTURAS DE DATOS.....	117



## PRESENTACIÓN

La topografía tiene una notable influencia sobre numerosas variables que intervienen en la dinámica de los ecosistemas. El clima a escala local, los procesos geomorfológicos y edáficos, el movimiento y la acción de agua y, consecuentemente, los numerosos procesos biológicos condicionados por ellos, se encuentran estrechamente asociados a la forma y altitud de la superficie del terreno en los que se desarrollan. Esta dependencia ha sido reconocida desde muy antiguo por las ciencias que se ocupan del estudio de tales procesos, de modo que no sólo la geomorfología cuyo objetivo principal es la descripción precisamente de las formas del terreno y los procesos responsables de las mismas, sino la edafología, la climatología, la botánica, zoología, ecología, etc. han recurrido comúnmente a considerar la altitud, la pendiente del terreno o la orientación de las laderas, como variables claves para el entendimiento de muchas cuestiones.

Los mapas topográficos han sido, prácticamente en exclusiva hasta los años 70, las herramientas para valorar esta influencia. Pero la interpretación y en definitiva la utilidad de estos mapas, muy ágil para la percepción visual de la superficie topográfica, resultaba limitada para realizar análisis cuantitativos.

La implantación de la informática entre los equipos de investigación en estas materias de las ciencias de la Naturaleza, abre una posibilidad nueva: describir la altitud de la superficie del terreno o cualquier otra característica del mismo, en forma numérica, manipulable con la ayuda de computadoras. De modo añadido, en los años ochenta se desarrollan sistemas mucho más eficaces, como los SIG, en los que es posible incluso el análisis simultáneo de otras variables que puedan tener expresión cartográfica, potenciándose así enormemente los estudios cuantitativos en las ciencias de la naturaleza. Por ello, son éstos con toda probabilidad, hechos que pueden marcar un punto de inflexión en el desarrollo de algunas ramas de estas ciencias.

Este libro, que ha sido construido sobre la tesis doctoral del autor, leída en otoño de 1992 y cuya presentación constituye para mí una rara satisfacción, supone un hito en este imparable proceso de introducción del análisis cuantitativo en las ciencias naturales. No es ni una publicación que contenga información de interés regional ni siquiera es solamente una síntesis de los avances logrados hasta

el momento en la utilización de los modelos digitales del terreno. Supone, en alguna medida, una nueva aportación sobre el análisis y la utilización concreta de estos modelos, lo que es un valor notable en una materia como ésta, en la que el interés comercial de las aplicaciones y la furiosa velocidad de los avances en todo el mundo hacen muy difícil impulsar el progreso de las cosas e, incluso, estar al día de tales progresos. Adicionalmente, la contrastación que se ha realizado de las aplicaciones con modelos de áreas concretas, en condiciones de trabajo "reales", la simplicidad de los algoritmos diseñados y su fácil ejecución en sistemas informáticos sencillos, presuponen a esta publicación una utilidad clara para muchos equipos de investigación.

El que hayan podido alcanzarse estos resultados se debe probablemente, entre otros aspectos, a tres conjuntos de factores que creo conveniente señalar en esta presentación. Primero, la buena formación y la ya antigua vocación del autor por esta problemática, que desde principios de los años ochenta y con rudimentarios medios informáticos, ensayaba, de la mano de D. Graciano Fernández Cepeda, la gestión digital de modelos del terreno. En segundo lugar, debe considerarse que el ambiente en el INDUROT durante los últimos años de mayor intensidad de los trabajos, fué propicio para el logro de estos resultados. No sólo por disponer de infraestructura informática adecuada sino, sobre todo, por el planteamiento de problemas desde muchas perspectivas diferentes de las ciencias naturales y por el interés que para todos nosotros tenían los resultados que se lograban. Finalmente, el sentido común, la meticulosidad y la capacidad de trabajo de Angel M. Felicísimo transformaron, con aparente facilidad, un desordenado conjunto de ensayos en un tratado coherente y sistemático de las utilidades más importantes que los modelos digitales del terreno proporcionan, completando aquellos aspectos que no habían sido cubiertos, revisando a fondo los avances logrados hasta la fecha y contribuyendo incluso a la definición de los conceptos básicos en esta materia.

Oviedo, marzo de 1994

Jorge Marquínez  
Director Regional de Recursos Naturales  
Principado de Asturias

## INTRODUCCIÓN

La investigación en las ciencias ambientales se ha visto profundamente modificada desde que los medios informáticos han comenzado a ser utilizados habitualmente como una herramienta de trabajo. El tratamiento de la información cartográfica no ha sido una excepción a las nuevas tendencias y, aunque con una inercia importante, ha comenzado poco a poco a ser realizada en forma digital, especialmente en el contexto de **Sistemas de Información Geográfica (SIG)**.

Con este libro pretendo mostrar algunos de estos nuevos métodos de trabajo, estrechamente adaptados al tratamiento digital de la información y actualmente en rápido desarrollo. Para ello, se expondrán las bases conceptuales, así como métodos de construcción y tratamiento de los **modelos digitales del terreno (MDT)**, un caso de enorme interés dentro del conjunto de la cartografía digital.

Este trabajo se ha realizado partiendo de dos supuestos básicos. El primero es que los modelos digitales del terreno son útiles. Esto se debe, sobre todo, a que la introducción de medios informáticos en un medio antes estudiado en "formatos analógicos", permite el planteamiento y la resolución de problemas mediante enfoques cualitativamente diferentes. El segundo supuesto es más bien una realidad: los MDT son aún poco utilizados por los equipos investigadores, especialmente en España. Por este motivo se hace aconsejable realizar un esfuerzo en el desarrollo de métodos y aplicaciones, especialmente aquéllos que permiten abordar problemas difíciles de solucionar por métodos convencionales.

En la elaboración del presente libro han confluído varias circunstancias que han contribuido a definir tanto su forma como su contenido. La primera de ellas es que el texto es una adaptación de un documento presentado como tesis doctoral, lo cual implica necesariamente ciertas servidumbres en cuanto al estilo de redacción, que debe adaptarse a los usos y costumbres de su sentido original. He intentado, sin embargo, que

la exposición sea especialmente clara para lo cual, entre otras decisiones, se han eliminado los tecnicismos innecesarios y la práctica totalidad de los extranjerismos, cuya introducción en los vocabularios técnicos y científicos es tan preocupante como desmedida.

La segunda de ellas implica al contenido mismo del trabajo, que puede considerarse una introducción técnica a un tema bastante especializado pero de amplio ámbito de aplicación. En este sentido, la intención de mostrar sus aplicaciones en campos diversos obliga a profundizar en cada una de ellas menos de lo que sería deseable, lo que siempre deja una sensación de precariedad inquietante al autor. Esta circunstancia se une, en mi opinión, a un notable desorden conceptual existente en algunos autores que han tratado marginalmente los MDT desde el ámbito de los SIG. Por estos motivos, se hace aconsejable abordar el tema desde sus propios principios, revisando los conceptos básicos cuando sea necesario con el fin de proponer un esquema de trabajo razonablemente sólido.

La imposibilidad de construir un tratado completo por parte de un único autor me ha obligado a dejar una parte del esquema lógico de trabajo a la documentación propia del lector. Por este motivo, algunos temas que cuentan con suficiente bibliografía propia se tocan sólo superficialmente y se ha preferido incidir en aspectos propios y específicos de los MDT y sus aplicaciones, aunque intentando no dejar huecos importantes por el camino. De forma similar, se ha supuesto por parte del lector unos conocimientos matemáticos y estadísticos básicos que permitirán seguir fácilmente el desarrollo de los métodos presentados.

# 1 LOS MODELOS DIGITALES DEL TERRENO EN LAS CIENCIAS AMBIENTALES

La revolución informática acaecida a partir de los años 60 ha introducido drásticos cambios en muchos aspectos de la sociedad. El desarrollo científico y tecnológico ha sido uno de los campos más afectados por la enorme capacidad de cálculo de los ordenadores, cada vez más accesible al público y, particularmente, a los equipos investigadores de pequeña entidad. Las ciencias ambientales no han sido una excepción y, aprovechando esta capacidad, se han visto sometidas a una serie de cambios que han permitido nuevas formas de trabajo diferentes a las tradicionales.

El tratamiento de los datos geográficos es un caso en el que la evolución ha sido especialmente llamativa. A la función histórica de los mapas, como una referencia para los desplazamientos terrestres y marítimos, se ha añadido más recientemente la de servir de documento básico en la planificación territorial y, de forma más general, en los estudios ambientales.

En este sentido, las concepciones tradicionales de lo que es la cartografía y de las formas de trabajo que se apoyan en ella se han visto profundamente transformadas:

- el tratamiento manual de la información cartográfica se ha complementado con la integración de la misma en los **sistemas de información geográfica** (SIG), definidos como sistemas informáticos diseñados para el manejo, análisis y cartografía de información espacial referenciada internamente (Berry, 1987:1405). En su contexto, la concepción del mapa impreso se ha extendido considerablemente y se ha reconocido que un mapa puede ser representado también mediante un conjunto de datos numéricos donde se encuentran recogidas, implícita

o explícitamente, las relaciones espaciales de los elementos cartografiados.

- se ha pasado progresivamente de una concepción analítica, en la que cada variable era contemplada y estudiada de una forma independiente, a una concepción sintética, donde las variables ambientales tienden a integrarse en sistemas de elementos interrelacionados e interdependientes.
- se ha evolucionado desde un enfoque básicamente descriptivo hacia otro explicativo y prospectivo, en el que los medios disponibles permiten la realización de modelos cuantitativos de propiedades y de fenómenos dinámicos.

El manejo eficaz y productivo de las estructuras de datos con una organización espacial sólo se ha hecho posible cuando se ha pasado del tratamiento manual al uso generalizado de los medios informáticos. La cartografía digital abarca este amplio ámbito de tratamiento de la información y, dentro de la misma, los modelos digitales del terreno representan una parte con carácter propio que debe acotarse apropiadamente. Para ello pasaremos a exponer las características que los definen y separan del resto de la información territorial.

## 1.1 Concepto de modelo.

Una acepción de la palabra **modelo**, originada en ámbitos geográficos, lo define como *una representación simplificada de la realidad en la que aparecen algunas de sus propiedades* (Joly, 1988:111). De la definición se deduce que la versión de la realidad que se realiza a través de un modelo pretende reproducir solamente algunas propiedades del objeto o sistema original que, por lo tanto, se ve representado por otro objeto de menor complejidad.

Los modelos se construyen estableciendo una **relación de correspondencia** con la realidad cuyas variantes pueden producir modelos de características notablemente diferentes. Turner (1970:364) distingue tres

tipos básicos; en los *modelos icónicos*, la relación de correspondencia se establece a través de las propiedades morfológicas: una maqueta es un modelo del objeto representado donde la relación establecida es fundamentalmente una reducción de escala. Los *modelos análogos* poseen algunas propiedades similares a los objetos representados pero sin ser una réplica morfológica de los mismos: un mapa es un modelo de la realidad establecido mediante un conjunto de convenciones relativamente complejo que conduce a un resultado final claramente distinto del objeto representado. Finalmente, en los *modelos simbólicos* se llega a un nivel superior de abstracción ya que el objeto real queda representado mediante una simbolización matemática (geométrica, estadística, etc.).

Los **modelos digitales del terreno** se incluyen en esta última categoría y, consecuentemente, las relaciones de correspondencia que se establecen con el objeto tienen la forma de algoritmos o formalismos matemáticos. En este caso, los MDT presentan algunas ventajas sobre el resto de tipos de modelos, derivadas de su naturaleza numérica: no ambigüedad, posibilidad de modelización de procesos con una deducción estricta, verificabilidad y repetibilidad de los resultados.

El segundo aspecto de los modelos que nos interesa no se deriva directamente de la definición anterior ya que aquella no aporta nada sobre sus objetivos. En el caso presente, la construcción de modelos se realiza para conocer o predecir propiedades que se desconocen del objeto real. Algunos autores llegan a incluir esta expresión de finalidad en la propia definición de modelo: un objeto  $M$  es un modelo de  $X$  para un observador  $O$ , si  $O$  puede utilizar  $M$  para responder a cuestiones que le interesan acerca de  $X$  (Aracil, 1986:123). Este es el sentido en el que vamos a desarrollar los modelos en este libro: partiendo de una información conocida a partir de la medición del objeto real, se elaborará información derivada que refleja otras propiedades diferentes.

La elaboración de modelos debe realizarse de forma que la relación de correspondencia entre el objeto real y el modelo sea al menos parcialmente reversible y exista, por tanto, una **relación simétrica** que permita la traducción de algunas propiedades del modelo a la realidad. La existencia de la relación simétrica permite que un resultado  $C'$  relativo al modelo

pueda traducirse en otro  $C$  relativo al objeto real y, de esta forma, que las respuestas derivadas del modelo sean aplicables sobre la realidad sin verse despojadas de sentido.

La utilidad de los modelos para conocer o predecir, condicionada principalmente por una buena selección de los factores relevantes para el problema y una adecuada descripción de sus relaciones funcionales, puede valorarse sometiendo los resultados a verificación experimental. En efecto, si del uso del modelo  $M$  se deduce una propiedad determinada, ésta será previsiblemente aplicable al objeto real  $X$ . El contraste experimental puede servir de mecanismo de realimentación para realizar ajustes, tanto en los elementos que componen el modelo como en las relaciones que se establecen entre ellos.

Cabe destacar en esta etapa de la exposición que la naturaleza digital y simbólica de los MDT permite una elevada precisión en la descripción de los procesos pero no garantiza la exactitud de los resultados. En efecto, un modelo es necesariamente una descripción aproximada que, en último término, se construye mediante la aplicación de unos supuestos más o menos adaptados a la realidad pero que nunca pueden ser exactos. Estos supuestos son los encargados de señalar, por ejemplo, qué factores son relevantes para el modelo y cuáles pueden ser obviados (ver Popper, 1984:64-70 para una discusión más amplia).

## 1.2 Modelos digitales del terreno (MDT).

Los MDT son una categoría de modelos simbólicos que ha nacido y se ha desarrollado al amparo de las nuevas tecnologías mencionadas en los primeros párrafos. Los modelos digitales del terreno se han definido (Doyle, 1978:1481) como *un conjunto de datos numéricos que describe la distribución espacial de una característica del territorio*.

La definición anterior aporta algunos aspectos nuevos a la acepción más general de modelo presentada en el apartado anterior. Por un lado, se añade la matización de que los modelos que van a ser tratados son *digitales*, expresión que los diferencia de los modelos *analógicos*. Por otro,



se resalta la importancia de la *distribución espacial* de la variable representada.

La diferencia básica entre los **modelos digitales** y los **modelos analógicos** reside en que los primeros están codificados en cifras, lo que permite su tratamiento por medios informáticos. Para llegar a la elaboración de los modelos digitales es necesario, por tanto, efectuar un proceso de *codificación* de la información, que permite una representación virtual en forma de cifras. Las relaciones espaciales o las características que se desean representar se traducen a diferentes tipos de estructuras numéricas (vectores, matrices, conjuntos, etc.) o a expresiones matemáticas que expresan relaciones topológicas y funcionales.

Una maqueta, como modelo icónico, también constituye un modelo analógico de la realidad, en el que se da una especial importancia a la conservación de las proporciones o relaciones espaciales relativas. Un mapa convencional es otro modelo analógico más sofisticado en el que se establecen unas relaciones especiales de simbolización que permiten la reducción de una realidad tridimensional a un modelo de dos dimensiones (no deben confundirse los conceptos de modelo análogo, mencionado unos párrafos atrás, y modelo analógico, que se opone al de modelo digital).

Como veremos posteriormente, los MDT pueden ser contruidos directamente a partir de la realidad a representar, pero es muy habitual que exista un modelo analógico intermedio a partir del cual se realiza la codificación. Éste puede adoptar formas diversas, desde los mapas anteriormente citados hasta pares fotográficos estereoscópicos. Por este motivo, los MDT han sido entendidos como una versión digital (y por tanto codificada) de los mapas convencionales por lo que, en ocasiones, han sido denominados *mapas virtuales* (Moellering, 1983).

Otro aspecto interesante es que la definición anterior permite que la característica a representar sea diferente de la altitud. Este aspecto, aunque en principio pueda parecer evidente, debe ser destacado ya que es habitual identificar los MDT con los **modelos digitales de elevaciones** (ver capítulo 2) cuando, en realidad, pueden ser representadas muchas

otras propiedades del terreno. En este sentido, parece deseable diferenciar claramente qué variable se está representando en el modelo. Por ello, a partir de este momento denominaremos los modelos digitales de forma explícita, de acuerdo con la propiedad representada (modelo digital de pendientes, por ejemplo) y reservaremos el término MDT para la denominación genérica.

La definición de Doyle, sin embargo, es todavía algo ambigua ya que permite, por ejemplo, que un simple listado secuencial de cotas pueda ser considerado un modelo digital de elevaciones. Asimismo, es necesario realizar alguna limitación en cuanto al tipo de variable representada ya que es discutible que las versiones digitales de los mapas de vegetación, de vías de comunicación o de puntos singulares puedan ser considerados modelos digitales del terreno.

Por este motivo, introduciremos en la definición de MDT dos condiciones suplementarias. La primera es que debe existir una *estructura interna* que represente las relaciones espaciales entre los datos. La segunda es que la variable representada en el modelo debe ser *cuantitativa y de distribución continua*. Con ello se excluyen las variables categoriales, representadas habitualmente mediante recintos y, de forma general, las variables representadas por entidades lineales o puntuales (como, por ejemplo, una red hidrológica).

Por tanto, propongo una definición de MDT que creo más completa y precisa que las anteriores: *un MDT es una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de una variable cuantitativa y continua*.

En la cartografía convencional la descripción hipsométrica constituye la infraestructura básica del resto de los mapas. El papel equivalente en los MDT lo desempeña el **modelo digital de elevaciones (MDE)**, que describe la altimetría de una zona mediante un conjunto de datos acotados. Siguiendo la analogía cartográfica, es posible construir un conjunto de *modelos derivados*, elaborados a partir de la información contenida explícita o implícitamente en el MDE. Los modelos derivados más sencillos pueden construirse exclusivamente con la información del MDE y reflejan características morfológicas simples (pendiente, orientación, etc.). Incorpor-

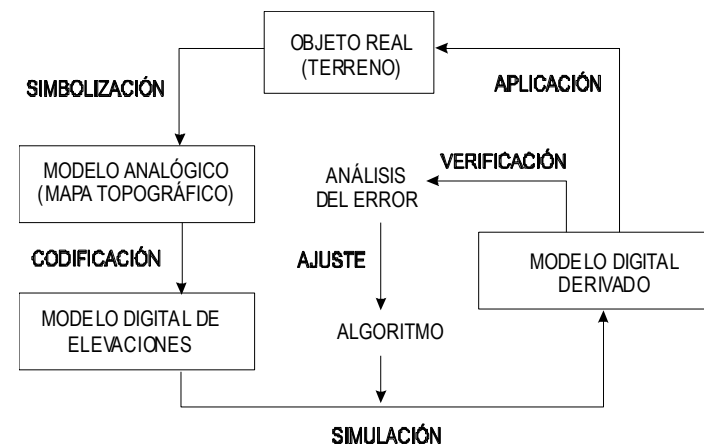
porando información auxiliar es posible elaborar otros modelos más complejos, utilizando conjuntamente la descripción morfológica del terreno y simulaciones numéricas de procesos físicos. Algunos ejemplos de ello son la predicción de zonas de saturación (O'Loughlin, 1986), la evaluación del riesgo de incendio (Chuvienco y Congalton, 1989) o la elaboración de modelos de reflectancia (Felicísimo y García-Manteca, 1990).

Los MDT descritos de esta forma son esencialmente modelos estáticos (en los que las propiedades representadas permanecen con valores inmutables), pero su naturaleza digital permite utilizarlos para realizar procesos de *simulación dinámica* con cierta facilidad. Así, por ejemplo, el uso de un MDE complementado con una simulación de la trayectoria solar permite conocer la cantidad acumulada de horas de radiación directa que puede recibir un lugar determinado.

Tanto la construcción de los modelos derivados como los procesos de simulación dinámica son posibles mediante el diseño de *algoritmos* numéricos, es decir, construyendo secuencias explícitas de operaciones matemáticas que conducen a la solución de problemas concretos.

El correcto funcionamiento de los algoritmos es susceptible de revisión mediante el contraste o verificación del modelo derivado con el objeto real. Este contraste se realiza mediante métodos de análisis del error que, habitualmente, se basan en la comparación de una muestra extraída del modelo derivado con medidas empíricas realizadas sobre el terreno. Los resultados del análisis del error permiten efectuar ajustes en el algoritmo, aumentando su fiabilidad y, por tanto, su capacidad predictiva. Esto significa que un algoritmo sólidamente construido, aplicado sobre un MDT fiable, permite estimar propiedades que pueden ser aplicadas al objeto real con márgenes moderados de error, aportando información difícil de obtener por otros medios.

Figura 1.1.- Procesos básicos implicados en la creación, manejo y explotación de los modelos digitales de elevaciones. Partiendo de la superficie real del terreno, la construcción del mapa topográfico incluye básicamente un proceso de simbolización, mediante el cual las propiedades del terreno se representan sobre un plano usando relaciones de analogía previamente establecidas. La codificación numérica del modelo analógico conduce al modelo digital, susceptible de tratamientos matemáticos y estadísticos imposibles de aplicar al anterior. Ello permite construir modelos digitales derivados y realizar procesos de modelización mediante simulaciones numéricas. Los resultados obtenidos son contrastables con la realidad, induciendo correcciones o ajustes del algoritmo de modelización que permitan una mejor correspondencia con el fenómeno real.



### 1.3 El origen de los MDT

El término *digital terrain model* tiene aparentemente su origen en el Laboratorio de Fotogrametría del Instituto de Tecnología de Massachusetts en la década de los años 50. En el trabajo pionero de Miller y Laflamme (1958) se establecen ya los primeros principios del uso de los modelos digitales para el tratamiento de problemas tecnológicos, científicos y militares. La definición del MDT que se menciona en sus trabajos es una representación estadística de la superficie continua del terreno, mediante un número elevado de puntos selectos con coordenadas xyz conocidas, en un sistema de coordenadas arbitrario. Puede observarse el uso del término MDT como sinónimo de MDE, así como el escaso énfasis en el aspecto de la georreferenciación (aunque unas líneas más adelante indica la conveniencia de establecer una relación entre el sistema de coordenadas y un sistema de proyección geográfica).

El objeto de su trabajo fué acelerar el diseño de carreteras mediante el tratamiento digital de datos del terreno adquiridos por fotogrametría, planteándose una serie de algoritmos para la obtención de pendientes, áreas, etc. El problema del número de datos se planteó de forma crítica, dada la escasa capacidad de almacenamiento de los ordenadores en aquella época, y se propuso el uso de ecuaciones polinómicas para almacenar segmentos de los perfiles topográficos. Esta técnica no ha sido abandonada en la actualidad, aunque se han propuesto versiones algo más sofisticadas (Walton, 1989).

Los programas de uso más general para el tratamiento de los MDT tuvieron que esperar algunos años más y, habitualmente, surgieron en un contexto SIG que incorporaba la información topográfica para el manejo de cartografía digital en términos más generales. Probablemente el trabajo de mayor importancia fué desarrollado por el Harvard Laboratory for Computer Graphics and Spatial Analysis que, en 1967, presentó el SYMAP; este conjunto de programas de manejo de cartografía digital incorporaba, entre otros, algoritmos de interpolación que permitían la generación de mapas de isolíneas a partir de puntos de altitud distribuidos irregularmente. SYMAP constituyó una de las primeras demostracio-

nes de la posibilidad de manejo de la información espacial por medios informáticos.

Posteriormente surgieron programas como el SYMVU, destinado a generar simulaciones 3D de los datos procedentes del SYMAP, o el GRID, que manejaba información en formato matricial y, en general, un número considerable de aplicaciones con bases muy diferentes. Sólo una cobertura topográfica global y utilizada de forma general podía garantizar cierta convergencia en los métodos de trabajo con los MDT. Esto no se consigue hasta la década de los años 80 en los EE.UU., con los trabajos del U.S. Geological Survey, que estandariza la información de un modelo digital de elevaciones para los Estados Unidos: el USGS-DEM, en formato matricial. Puede observarse el uso del término "digital elevation model, DEM", eliminando la ambigüedad del "digital terrain model, DTM" de los trabajos previos.

Los programas de manejo de modelos digitales están en la actualidad en pleno desarrollo, aunque aún intentando resolver satisfactoriamente problemas básicos. Entre ellos pueden citarse la estructuración idónea de los datos (buscando un compromiso entre el tamaño y la facilidad de operación), la compatibilización de diferentes estructuras entre sí, la búsqueda de algoritmos eficientes para generar nueva información y el intercambio de ésta entre sistemas diferentes. En Menéndez Díaz (1992:22-34) puede encontrarse una revisión histórica más completa que, aunque referida al ámbito más amplio de los SIG, presenta datos de interés sobre el desarrollo histórico de los MDT.

### 1.4 Modelos digitales y modelos analógicos.

Como ya se ha indicado anteriormente, los modelos digitales del terreno tienen una versión analógica en mapas que pueden representar las mismas características del terreno, pero codificándolas sobre un soporte físico mediante convenciones gráficas; los mapas que representan las mismas variables que los MDT constituyen, por tanto, modelos analógicos del terreno: MAT. En el estado actual de la cuestión, ambos tipos de mo-

delos se complementan en muchos aspectos y la total sustitución de unos por los otros no parece previsible. Las ventajas que ofrece la codificación numérica son claras en algunos aspectos, pero los mapas impresos son imprescindibles actualmente para el manejo práctico de la información.

Comentaremos a continuación algunas de las características que diferencian los MAT de los MDT en los aspectos prácticos del uso de la información, expresadas resumidamente en la Tabla 1.1.

La facilidad de uso o *manejo* hace referencia a la posibilidad de obtener información de forma rápida y sencilla por parte de los usuarios. El acceso a la información impresa en un mapa es sencillo ya que se realiza directamente mediante unos conocimientos cartográficos más o menos profundos. El acceso a los MDT es mucho más complejo pues se realiza a través de equipos informáticos cuyo manejo, mediante una serie de instrucciones específicas, obliga a un entrenamiento especializado. Por otra parte, la interpretación de la información es indirecta debido a la existencia del equipo informático que actúa de nexo, y la elaboración de modelos derivados requiere el dominio de lenguajes de programación o la intervención de especialistas. Idealmente, los conocimientos cartográficos necesarios para la interpretación de los mapas convencionales deben complementarse con otros relativos a proceso de imágenes, bases de datos, teledetección y programación de ordenadores, lo que implica un considerable esfuerzo de educación suplementario.

Tabla 1.1.- Comparación de algunas propiedades diferenciales entre los modelos analógicos del terreno (MAT) y los modelos digitales (MDT). En el texto se presentan comentarios más detallados sobre cada una de ellas.

PROPIEDAD	MAT	MDT
MANEJO	SENCILLO	COMPLEJO
ESTABILIDAD	BAJA	ALTA
TRANSPORTABILIDAD	ALTA	BAJA
ACTUALIZACIÓN	COMPLEJA	SENCILLA
TRATAMIENTO NUMÉRICO	DIFÍCIL	FÁCIL
SIMULACIÓN	NO	SI

En cuanto a las características físicas de la información, la *estabilidad* puede entenderse en un doble sentido: dimensional y temporal. La estabilidad dimensional es un problema específico de los mapas impresos sobre un soporte físico y afecta a uno de los requisitos básicos de los documentos cartográficos: la referenciación espacial precisa, que hace posible localizar con exactitud un elemento cualquiera del terreno. Los MDT y los sistemas que los soportan son independientes, en este sentido, de las condiciones ambientales. La estabilidad temporal es una medida del deterioro previsible de los datos con el manejo o, simplemente, con el paso del tiempo. Con los actuales métodos de almacenamiento informático (especialmente los discos ópticos), el deterioro de la información digital es muy bajo, sobre todo si se tiene en cuenta la posibilidad de hacer copias ilimitadas sin la progresiva degradación característica de los mapas convencionales.

La *transportabilidad* de los MDT está estrechamente vinculada a los equipos informáticos que los manejan: por un lado, la información sólo es accesible en los locales o instituciones donde estos equipos están ubicados físicamente; por otro, el intercambio de la información entre diversos

equipos no está completamente resuelto. En lo referente al primer caso, los equipos no suelen ser transportables por lo que existe una separación entre el trabajo de campo y la integración de la información que puede ser limitante en algunos aspectos. Por otro lado, el intercambio de información depende del formato de almacenamiento de los sistemas informáticos. En este sentido, la tendencia general es hacia la compatibilización (más que la estandarización) y en la actualidad este tipo de problemas suele resolverse con relativa facilidad.

La *actualización* de los datos es teóricamente inmediata en los MDT a través de los sistemas informáticos que los manejan. Los cambios en los datos básicos pueden realizarse de una forma directa, y para la reelaboración de los datos derivados basta con ejecutar de nuevo los programas ya elaborados. Este tipo de manejos es, al contrario, muy costoso en los mapas convencionales debido a que la producción de un nuevo documento obliga a la repetición de etapas intermedias menos automatizadas y depende de procesos de artes gráficas de coste económico muy alto.

Algunas posibilidades que ofrecen los MDT, dependientes del *tratamiento numérico* de los datos, resultan impracticables con los mapas convencionales debido a la naturaleza analógica de los mismos. Entre ellas está la capacidad de obtener estadísticos descriptivos o la creación de nueva información mediante el tratamiento numérico de uno o más modelos precedentes.

Un ejemplo de la primera posibilidad es la obtención de la altitud media de una serie de zonas del mapa. La distribución de pendientes en función de la altitud es un ejemplo de la segunda. La obtención de ambos resultados a partir de un mapa convencional exige un laborioso tratamiento manual sujeto a un alto riesgo de error y con baja repetibilidad. En los MDT es necesaria la realización de programas que realicen esta función (sencillos en este caso particular, aunque la complejidad pueda ser mucho mayor en otros problemas). Una vez hecho este esfuerzo inicial, la amortización es previsiblemente muy rápida si el método es de validez general. Los errores, si el MDT está suficientemente depurado, son inexistentes y la repetibilidad es absoluta.

Finalmente, los MDT permiten realizar procesos de *simulación* del funcionamiento de un sistema dinámico real. Manipulando los datos del MDT o complementándolos con otras descripciones de fenómenos físicos se accede a un medio de investigación de gran potencialidad. El método reside en establecer los principios físicos de fenómenos que dependen más o menos estrechamente de las propiedades del terreno y realizar una simulación numérica a partir de estos principios teóricos. Por este camino pueden elaborarse modelos de previsión de fenómenos de interés y, si se tiene la posibilidad de confrontar los resultados con la realidad, se hace posible el perfeccionamiento del modelo mediante ajustes sucesivos.

Ya dentro del ámbito de los MDT, pueden proponerse otras características diferentes para evaluar la adecuación de los mismos y realizar comparaciones objetivas. Klein (1988) propone entre otras la capacidad (posibilidad de manejo de grandes volúmenes de información), la rapidez, la facilidad de uso, la capacidad de integración de aplicaciones, la conectividad, el coste económico y la persistencia del sistema en el tiempo (existencia de adecuada asistencia técnica y actualización).

## 1.5 Justificación y principios metodológicos.

En las páginas siguientes se mostrarán los principios básicos de los MDT, así como algunas de sus aplicaciones en campos diversos de las ciencias ambientales, necesariamente limitados ante la necesidad de acotar un tema de gran amplitud. El trabajo se ha estructurado partiendo de algunos presupuestos básicos, que pueden resumirse de la forma siguiente:

- la inclusión de los MDT como soporte básico en la investigación en las ciencias ambientales supone un incremento notable de las posibilidades de trabajo e introduce frecuentemente un cambio cualitativo en el enfoque del mismo.
- no obstante, tanto el uso de los MDT como el desarrollo de sus aplicaciones aún no ha sido adoptado de forma general por los equipos de trabajo, por lo que su utilidad real se ve muy limitada.

- por este motivo se hace necesario un esfuerzo para generar métodos, algoritmos y aplicaciones que permitan, con un fundamento claro y sólido, resolver problemas difíciles de abordar por métodos convencionales.
- de todos los campos que pueden incluirse bajo la denominación genérica de ciencias ambientales, los más apropiados para la explotación directa de los modelos digitales del terreno son la geomorfología y la climatología local ya que dependen, total o mayoritariamente, de la topografía del terreno. En ellos se incluyen factores ecológicos básicos por lo que puede considerarse que los MDT pueden aportar contribuciones esenciales en los estudios sobre ecología terrestre.
- una parte de los problemas en los campos mencionados puede abordarse mediante la modelización de procesos o el análisis de la información contenida, explícita o implícitamente, en el MDE.

Entre los problemas que abordaremos en los capítulos siguientes pueden citarse los siguientes ejemplos: ¿es posible identificar los cauces de la red fluvial y ordenarlos jerárquicamente con criterios objetivos? ¿pueden identificarse unidades del relieve con características comunes y significado geomorfológico a partir del análisis del MDE? ¿puede proponerse un método objetivo para la evaluación del impacto visual de una actuación a partir de su cuenca visual? ¿pueden realizarse estudios climáticos con bases diferentes a las observaciones empíricas convencionales?

- El planteamiento y respuesta a estos interrogantes se realiza en todos los casos siguiendo un esquema metodológico que implica las siguientes fases:
- realización de un planteamiento teórico que incluye una definición clara del problema, el análisis de la información necesaria para resolverlo y la propuesta de un método matemático que lo haga posible.
- expresión del método mediante un algoritmo, presentado formalmente en un lenguaje genérico de programación. En la construcción del algoritmo se han tenido en cuenta principalmente tres factores: la sencillez, intentando reducir al mínimo su complejidad, la modularidad,

organizándolos como rutinas que pueden ser ejecutadas desde un programa principal y la eficiencia, buscando una ejecución rápida, aunque siempre subordinada a la sencillez.

- traducción del algoritmo a un lenguaje de programación concreto con el fin de demostrar su correcto funcionamiento y hacer posible la presentación de un ejemplo práctico que permita evaluar los resultados.
- realización una aplicación práctica, para lo cual se usan datos reales (habitualmente modelos digitales del territorio asturiano) con el fin de que el ejemplo sea de validez general y exportable, en principio, a cualquier otra zona de estudio. Los resultados se presentan preferentemente en forma gráfica con el objetivo de facilitar su interpretación, siempre más cómoda que bajo la forma de tablas o largas listas de datos.

Debe hacerse al menos una salvedad con el fin de acotar con la máxima claridad las intenciones del trabajo: éste no tiene por objeto el estudio o tratado de los Sistemas de Información Geográfica, tema del cual deben ser separados con claridad los modelos digitales del terreno. Los SIG han comenzado a integrar información procedente de fuentes muy variadas entre las que se cuentan los propios MDT, las imágenes digitales procedentes de los satélites de observación terrestre y todo tipo de cartografía convencional convenientemente digitalizada.

Los MDT, al tratar exclusivamente de la distribución espacial de variables cuantitativas y continuas, pueden considerarse, en este contexto, como una aportación a los SIG, relativamente reciente y de cierta transcendencia pues permite la entrada de nueva información en los procesos de modelización cartográfica (ver Tomlin, 1990). Aunque la aplicación más inmediata es añadir la tercera dimensión a la información inicialmente bidimensional mediante la incorporación del modelo digital de elevaciones, puede generarse igualmente información completamente nueva mediante tratamientos internos que generan modelos temáticos específicos.

Debido a las circunstancias mencionadas, la información generada por los métodos y aplicaciones propuestos en este trabajo puede ser in-

corporada a un SIG, pero este paso no resulta imprescindible para que los resultados elaborados sean de utilidad y, ante todo, no debe inducir a la confusión de identificar entre sí los sistemas de información geográfica y los modelos digitales del terreno.

## 2 DEFINICIÓN Y ESTRUCTURA DEL MODELO DIGITAL DE ELEVACIONES (MDE)

### 2.1 Definición del MDE.

De acuerdo con la definición general presentada en el apartado anterior, un modelo digital de elevaciones (MDE) se define como una estructura numérica de datos que representa la distribución espacial de la altitud de la superficie del terreno. Un MDE puede describirse de forma genérica del modo siguiente:

$$z = \zeta(x, y)$$

donde  $z$  es la altitud del punto situado en las coordenadas  $x$  e  $y$ , y  $\zeta$  la función que relaciona la variable con su localización geográfica. Los valores de  $x$  e  $y$  suelen corresponder con las abscisas y ordenadas de un sistema de coordenadas plano, habitualmente un sistema de proyección cartográfica.

La ecuación anterior representa una superficie o campo escalar en la que la altitud es una variable continua. Dado que esta superficie está formada por un número infinito de puntos no es posible su modelización sin cierta pérdida de información, proceso equivalente al de generalización cartográfica en los mapas convencionales.

En la versión digital sería posible presentar de forma explícita, al menos teóricamente, la ecuación anterior, que relaciona la altitud con la localización geográfica. Sin embargo, la complejidad del relieve hace que su representación matemática mediante funciones no tenga más que un significado simbólico. En la práctica, las cotas correspondientes a una

zona sólo pueden representarse mediante una ecuación cuando la parcela descrita es pequeña y el relieve implicado muy simple. Este método puede ser utilizado para aplicaciones concretas, operando sobre zonas muy limitadas, pero en cuanto el relieve se complica o la superficie aumenta, el ajuste de una ecuación para su descripción se hace imposible.

Como alternativa, se han buscado soluciones para representar la altitud mediante conjuntos limitados de cotas, diseñando las estructuras de datos que buscan un equilibrio entre la facilidad de manejo y la descripción realista del relieve.

### 2.2 Estructuras de datos en el MDE.

De forma general, la unidad básica de información en un MDE es un valor de altitud,  $z$ , al que acompañan los valores correspondientes de  $x$  e  $y$ , expresados en un sistema de proyección geográfica para una precisa referenciación espacial. Las variantes aparecen cuando se definen las interrelaciones entre estas unidades elementales de información.

El diseño de estas interrelaciones es lo que configura las diferentes opciones en la estructura de datos, cuya elección es trascendental pues condiciona completamente el futuro manejo de la información. Mientras que los mapas convencionales usan casi exclusivamente una única convención (las curvas de nivel) para la representación de la superficie del terreno, los MDE disponen de alternativas más variadas, desde una transposición casi directa de las isohipsas hasta otras menos habituales en la cartografía impresa pero más adaptadas al proceso digital.

En todas ellas la altitud se describe básicamente mediante un conjunto finito y explícito de cotas. El valor propio de un punto de localización arbitraria será, en su caso, estimado por interpolación a partir de los datos de su entorno. La Tabla 2.1 muestra un resumen de las estructuras de datos de mayor interés para la gestión de los MDE.



Tabla 2.1.- Resumen de las estructuras más usuales utilizadas para el almacenamiento de los modelos digitales de elevaciones.

<b>VECTORIALES</b>	CONTORNOS	<i>SECUENCIAL</i> : las líneas se almacenan como cadenas de cotas. <i>ANALÍTICA</i> : las líneas se almacenan como segmentos de Bézier, polinómicos, etc.
	PERFILES	Cadenas paralelas de cotas en línea con altitud variable.
	TRIÁNGULOS	Red de triángulos irregulares ( <i>TIN</i> ).
<b>RASTER</b>	MATRICES	<i>REGULARES</i> : cotas sobre una malla cuadrada de filas y columnas equidistantes. <i>ESCALABLES</i> : cotas sobre submatrices jerárquicas y de resolución variable.
	POLÍGONOS	Cotas asignadas a teselas poligonales regulares (triángulos o hexágonos).

Históricamente, los modelos digitales de elevaciones se han dividido básicamente en dos grupos en función de la concepción básica de la representación de los datos: **vectorial** y **raster**. Los modelos vectoriales están basados en entidades (básicamente puntos y líneas) definidas por sus coordenadas. En los modelos *raster*, los datos se interpretan como el valor medio de unidades elementales de superficie no nula que teselan el terreno con una distribución regular, sin solapamiento y con recubrimiento total del área representada.

Esta división clásica, analizada en sus fundamentos, tiene bastante más interés en el caso de los SIG, donde interviene información categorial, que en los modelos digitales del terreno. En efecto, las matrices, caso característico de estructura *raster*, pueden ser consideradas fácilmente como un conjunto de puntos acotados, sin asumir necesariamente que el atributo se asigna a una celda cuadrada de altitud uniforme. En cualquier caso, el tratamiento posterior de la estructura matricial es idéntico con ambas concepciones.

En los modelos vectoriales los atributos del terreno se representan mediante líneas (vectores) y mediante puntos acotados (caso límite de reducción de un vector a un único elemento). Los puntos se definen mediante un par de valores de coordenadas y las líneas, por tanto, mediante un vector de pares de coordenadas. La altitud puede ser única para la línea o diferente para cada punto integrante de la misma. La simplicidad inicial puede perderse, evolucionando hacia otras estructuras donde, por ejemplo, los vectores son segmentos rectilíneos y se encuentran organizados topológicamente de forma más o menos compleja.

A pesar del listado de la Tabla 2.1, ampliable aún con estructuras menos habituales, la práctica ha reducido los potenciales métodos estructuración a unos pocos. Los más representativos son básicamente cuatro. Dos de ellos son vectoriales: isopletas o contornos (*contours*) y red irregular de triángulos (*TIN*, *triangulated irregular network*); los otros dos son raster: matrices regulares (*URG*, *uniform regular grids*) y matrices jerárquicas escalables (en estructuras de tipo *quadtree*).

### 2.2.1 Modelo vectorial: contornos.

La estructura básica es el vector, compuesto por un conjunto de pares de coordenadas ( $x, y$ ) que describe la trayectoria de líneas isométricas (coincidiendo, por tanto, con las curvas de nivel o isohipsas del mapa topográfico convencional). El número de elementos de cada vector es variable y la reducción de éste a un único elemento permite incorporar cotas puntuales sin introducir incoherencias estructurales. Una curva de nivel concreta queda definida, por tanto, mediante un vector ordenado de puntos que se sitúan sobre ella a intervalos adecuados (no necesariamente

iguales) para garantizar la exactitud necesaria del modelo. La localización espacial de cada elemento es explícita, conservando los valores individuales de coordenadas. En el caso más sencillo, el MDE está constituido por el conjunto de las curvas de nivel que pasan por la zona representada, separadas generalmente por intervalos constantes de altitud.

Algunas opciones más avanzadas introducen nociones nuevas en el tratamiento de los datos, especialmente las líneas de rotura (*breaklines*), que permiten una mejor adaptación a algunos elementos del relieve (fallas, taludes), y que facilitan los tratamientos que necesitan asegurar la conectividad hidrológica.

### 2.2.2 *Modelo vectorial: redes de triángulos irregulares (TIN).*

Una estructura de datos cada vez más utilizada es la que se compone de un conjunto de triángulos irregulares adosados y que suele identificarse por las siglas de su denominación inglesa: *triangulated irregular network*, *TIN* (Peucker *et al.*, 1978). Los triángulos se construyen ajustando un plano a tres puntos cercanos no colineales, y se adosan sobre el terreno formando un mosaico que puede adaptarse a la superficie con diferente grado de detalle, en función de la complejidad del relieve. Se trata de una estructura en la que el terreno queda representado por el conjunto de superficies planas que se ajustan a una estructura anterior de puntos.

Los *TIN* pueden considerarse como una estructura derivada de otra anterior de puntos o líneas. Aunque la distribución original puede ser cualquiera (incluso puntos distribuidos aleatoriamente), es frecuente partir de una base de isohipsas (modelo vectorial) para generar la red de triángulos. Estos están internamente organizados en función de su vecindad mediante un conjunto de información bastante complejo que hace posible un manejo relativamente ágil y eficaz frente a alternativas menos estructuradas.

### 2.2.3 *Modelo raster: matrices regulares.*

La estructura matricial tiene antecedentes relativamente remotos: Chapman (1952) propone ya métodos de análisis topográfico basados en

matrices regulares. Esta estructura es el resultado de superponer una retícula sobre el terreno y extraer la altitud media de cada celda (aunque habitualmente se utiliza un valor puntual, asociado a cada nudo de la retícula o punto medio de la celda, con lo que esencialmente se construye un modelo vectorial de puntos). La retícula puede adoptar formas variadas pero la más utilizada es una red regular de malla cuadrada con filas y columnas equiespaciadas. En esta estructura, la localización espacial de cada dato está implícitamente determinada por su situación en la matriz, una vez definidos su origen y el intervalo entre filas y columnas. Las matrices de altitudes suelen ser generadas por interpolación a partir de un modelo previo de contornos o por métodos fotogramétricos.

### 2.2.4 *Modelo raster: matrices de resolución variable.*

El interés de las matrices de resolución variable reside en la posibilidad de solucionar el principal problema de las matrices regulares (su resolución espacial prefijada), manteniendo, en principio, sus principales ventajas: la sencillez conceptual y operacional. En este tipo de matrices los elementos pueden ser, bien datos elementales (como en las matrices regulares), bien submatrices con un nivel de resolución diferente. La estructura final es un árbol jerárquico y dinámico de submatrices con una profundidad en principio arbitraria y cuya resolución espacial se duplica en cada nivel. Se trata de una estructura análoga a los *quadrees*, utilizados ocasionalmente en el tratamiento de variables categoriales (ver, por ejemplo, Samet *et al.*, 1984).

Este tipo de estructura no ha sido apenas desarrollada ni utilizada, según puede deducirse de la bibliografía, aunque tiene una relación directa con el método fotogramétrico de muestreo progresivo (Makarovic, 1973). En el tratamiento de los MDE, los trabajos pioneros parecen corresponder a Ebner y Reinhardt (1984, 1988), que utilizan un modelo mixto de matrices jerárquicas y estructuras *TIN*.

### 2.2.5 *Otras estructuras.*

Se han descrito muchas variantes y alternativas para el archivo y tratamiento de los MDE. La representación mediante perfiles suele citarse

como una posibilidad y algunos autores la evalúan positivamente debido a algunas ventajas teóricas (Yoeli, 1983:21); en la bibliografía actual, sin embargo, no se encuentran ejemplos que la utilicen. La codificación de contornos mediante ecuaciones polinómicas fue propuesta en los primeros trabajos sobre modelos digitales (Miller y Laflamme, 1958:437); más recientemente, Walton (1989) propone un método similar basado en una secuencia de segmentos de Bézier con el fin de reducir el tamaño de los ficheros vectoriales. Otros, como los polígonos irregulares adosados (Moore *et al.*, 1988) o redes regulares hexagonales (Roessel, 1988), aducen en cada caso ventajas para aplicaciones concretas pero su uso no se ha generalizado hasta el momento.

Figura 2.1.- Principales estructuras de datos usadas para el almacenamiento de los MDE. Los contornos se corresponden estrechamente con las isohipsas del mapa topográfico convencional pero son poco manejables prácticamente, por lo que suelen utilizarse exclusivamente como paso intermedio entre el mapa y otras estructuras diferentes. Las matrices representan una alternativa estructural muy simple y de fácil manejo, cuya mayor desventaja reside en la resolución espacial fija, que no permite tratar unas zonas más detalladamente que otras. Este problema queda razonablemente resuelto con las matrices escalables, una estructura jerárquica puede mantener un equilibrio entre la facilidad de manejo y la representación realista del relieve. Finalmente, los TIN permiten variar la resolución espacial de la representación, pero implican un incremento notable de la complejidad de la estructura de datos.

[FIG 2-1.AI]

## 2.3 Criterios de selección de la estructura del MDE.

La elección del tipo de estructura tiene importantes implicaciones debido a que las formas de tratamiento numérico pueden ser muy diferentes. Algunos autores han hecho notar que las diferencias teóricas son reducidas si la resolución es similar (Berry, 1988) ya que se trata en todos los casos de una distribución de puntos acotados. Sin embargo, esto es fijar la atención sólo en los elementos primarios del modelo cuando la

diferencia fundamental estriba, lógicamente, en la forma de estructurar los datos, en la complejidad de la referenciación interna o topología de los objetos representados y en los procesos de tratamiento que estas circunstancias permiten o exigen.

Las alternativas prácticas en este momento (por su uso masivo) se reducen básicamente a dos: matrices regulares y *TIN*. Como ya se ha indicado, el modelo de contornos presenta serias dificultades de tratamiento directo; la consecuencia ha sido que, en el caso de los MDE, puede considerarse en la práctica como una estructura aceptable para la captación de información, pero no funcional para el tratamiento de los datos topográficos (Mark, 1979:34).

Las ventajas relativas de unas estructuras frente a otras han sido tratadas repetidamente en la literatura. Las conclusiones son claras en algunos aspectos puntuales y dependen estrechamente de aspectos prácticos más que teóricos. Dolton y Dueker (1986) analizan el uso de estos modelos en microordenadores y sus conclusiones, aunque más bien aplicadas a los procesos propios de los SIG, son bastante orientadoras: los modelos matriciales tienen a su favor facilitar las labores de análisis (cálculo) pero son poco flexibles debido a lo rígido de su estructura; recíprocamente, los modelos vectoriales facilitan las tareas de inventario pero presentan dificultades para realizar procesos de análisis debido a la complejidad de su manejo.

Carter (1988) concluye que la alternativa matricial ofrece una representación adecuada de la forma general de la superficie en áreas de fuerte relieve pero da peores resultados en la definición de detalles en áreas de relieve suave. La representación vectorial de contornos y la de redes irregulares de triángulos tienen a su favor la posibilidad de aumentar el grado de detalle en zonas concretas donde las pequeñas variaciones del relieve pueden no ser detectables con una estructura matricial (obviamente, esta dificultad podría eliminarse mediante el uso, aún reducido en la práctica, de estructuras matriciales escalables).

En general, la descripción vectorial es más adecuada para variables discretas, que por su naturaleza están limitadas por fronteras lineales

claras, mientras que las descripciones raster se adaptan mejor para la representación espacial de variables continuas, para las que no se pueden definir bordes de una forma neta, así como para otras con una naturaleza estadística o probabilística (Berry, 1988).

Desde un punto de vista histórico, todo el manejo de mapas antes de que comenzara la informatización se hacía en formato analógico y vectorial. El formato *raster* comienza a implantarse en los años 60 en los primeros programas destinados al manejo de información territorial debido a su particular adaptación al cálculo mediante ordenadores. En efecto, una ventaja especialmente importante de este tipo de organización es la facilidad que ofrece para el tratamiento numérico. En una estructura matricial, la combinación de mapas necesita solamente operaciones matriciales sencillas entre datos homólogos: sumas, productos, operaciones lógicas, etc. En los modelos vectoriales, al carecer los datos de regularidad en su distribución espacial, se precisan operaciones geométricas (especialmente cálculos de intersección de líneas y de relaciones de interioridad) que hacen de su manejo más complejo y costoso.

La facilidad de manejo hizo que los modelos matriciales fueran rápidamente adoptados en los primeros pasos de los SIG, en los años 60. En los 70 ya existían ambos tipos de productos (*raster* y vectoriales) pero seguían dominando los que utilizaban estructuras matriciales (Wallace, 1988). Sólo en los 80 se han desarrollado con gran fuerza los SIG basados en estructuras vectoriales, pero debemos tener en cuenta que la información que estos programas manejan son, en gran medida, de variables discretas o fácilmente transformables a formatos vectoriales: tipos de usos del suelo, delimitación de propiedades, trazado de calles, líneas eléctricas, etc.

La necesidad de archivar grandes volúmenes de datos fué una seria dificultad hasta hace pocos años debido a la escasa capacidad de almacenamiento de los ordenadores y al elevado tiempo de acceso de las memorias masivas. Esta dificultad motivó la creación de modelos matriciales relativamente burdos (Berry, 1988). En principio, el modelo vectorial es menos exigente que el matricial en este sentido, lo que supone una ventaja. Sin embargo, en la actualidad, la polémica ha perdido buena parte de

su fuerza debido al enorme desarrollo de la tecnología de almacenamiento masivo de datos y de acceso a los mismos.

Aunque la tendencia general en los SIG es la adopción de estructuras vectoriales para el tratamiento de la información, ésta se refiere esencialmente a propiedades cualitativas del terreno, de distribución discreta y con límites netos entre las diferentes clases. En el tratamiento de los datos topográficos y otras variables continuas sigue teniendo una fuerte implantación el uso de formatos matriciales. La tendencia actual es la incorporación de ambos tipos de modelos debido a sus ventajas específicas en función del tipo de variable representada. Es significativo que uno de los sistemas de información geográfica más utilizados incluye un módulo de tratamiento topográfico que utiliza la estructura *TIN* para algunas operaciones pero necesita la matricial para otras, lo cual da a entender la existencia de dificultades que justifican el coste de mantenerlas simultáneamente activas. En este sentido, la aparición de las imágenes de satélite ha supuesto el definitivo empuje hacia la integración de ambos formatos ya que esta información sólo puede utilizarse en forma matricial y representa una fuente de datos que no puede ser ignorada.

En este libro, las aplicaciones se realizan básicamente con variables continuas y que, en algunos casos, tienen incluso una fuerte componente estadística. Por este motivo se ha considerado adecuado realizar la mayoría de los tratamientos mediante modelos matriciales; con esta estructura, por añadidura, la programación se hace de forma menos compleja, la ejecución es generalmente más rápida y los algoritmos más fácilmente comprensibles. Sólo en algunas excepciones las estructuras vectorial y matricial se complementan de tal forma que se hace aconsejable manejar ambas simultánea o secuencialmente. Es el caso, por ejemplo, de la obtención del modelo digital de elevaciones a partir de la digitalización del mapa topográfico (formato vectorial) y su transformación para obtener una estructura matricial.

## 2.4 Reflexión sobre el estado de los MDE en España.

El Programa Nacional de Cartografía desarrollado en los EE.UU. menciona tres principios básicos que guían la estrategia cartográfica federal (USGS, 1979:4-5):

- la ejecución de la cartografía de una nación es crucial para su desarrollo económico y protección ambiental.
- los mapas deben contener información construida con criterios científicos y precisión técnica.
- los mapas deben poder transmitir información a un amplio espectro de clientes para usos diversos.

La cita tiene interés ya que estos tres puntos, cuya enumeración data ya de hace 15 años, son aplicables tanto a la cartografía analógica como a la digital, y probablemente son asumidos mayoritariamente por los profesionales dedicados a las ciencias ambientales, que encuentran en la cartografía el soporte básico de su trabajo.

La realidad en nuestro entorno está, en este sentido, en una fase primaria de desarrollo. Por ejemplo, en 1993, Asturias sólo posee una cobertura completa de mapas topográficos a escala 1:50.000 mientras que la cartografía a escalas más detalladas es sólo fragmentaria y muy heterogénea. La evolución de los últimos años sugiere que estas escalas no estarán disponibles hasta que haya transcurrido un periodo relativamente importante.

La disponibilidad de modelos digitales es, como resulta previsible, algo más pobre. En España, los MDE de más amplia cobertura están comercializados actualmente por el Centro Nacional de Información Geográfica, organismo dependiente del Instituto Geográfico Nacional. Se trata de modelos construidos a partir de mapas originales a escala 1:200.000 y que se presentan en formato matricial, con intervalos entre datos de 200 m (serie MDT200). Este modelo está disponible ya para la totalidad de España aunque su nivel de resolución es limitante para muchas aplicaciones.

El mismo organismo ha comenzado a ofrecer una serie similar (MDT25) que, por su mucho mayor grado de detalle, cubrirá previsiblemente una buena parte de las necesidades de la investigación en las ciencias ambientales. Este serie, construida a partir de los mapas topográficos a escala 1:25.000, se presenta con intervalos entre datos de 25 m. En la actualidad, sin embargo, la superficie cubierta es aún reducida y, en el caso particular de Asturias, no existe todavía ningún modelo disponible.

En este contexto, los equipos de investigación suelen optar por la elaboración de modelos propios para realizar su trabajo. Esto requiere habitualmente un esfuerzo importante dentro del conjunto general de los proyectos pero probablemente es una inversión inevitable. El motivo reside en la previsible necesidad de modelos de muy diferente grado de detalle, aplicados a los proyectos concretos, cuya producción sólo pueden abordar los propios equipos de trabajo.

Sin embargo, los tres puntos básicos mencionados en los párrafos iniciales contienen implicaciones que obligan a una cierta agilidad institucional, así como a una visión que tenga en cuenta los beneficios generados por un uso extensivo de los datos digitales. Ante esta situación, es procedente incitar a los organismos públicos responsables de la cartografía digital en España a que asuman los tres puntos mencionados al principio del presente apartado, concediendo la prioridad necesaria a la construcción de una cobertura digital del territorio estandarizada, correcta, detallada, completa y económicamente asequible.

### 3 LA CONSTRUCCIÓN DEL MDE: CAPTURA DE DATOS

La captación de la información altimétrica constituye, lógicamente, el paso inicial en el proceso de construcción del MDE, e incluye la fase de transformación de la realidad geográfica a la estructura digital de datos manipulable por medios informáticos. Numerosos autores han coincidido en que esta fase inicial es la más costosa (en términos de tiempo y trabajo) de todo el proceso de manejo de los MDE. Por añadidura, se trata de la fase de mayor transcendencia ya que la calidad de su resultado es el principal factor limitante para todos los tratamientos que se realicen posteriormente. Tras la captación de los datos, éstos deben ser estructurados de forma adecuada para el manejo por parte de las aplicaciones informáticas, lo cual puede realizarse de formas variadas, aún dentro del mismo esquema general (matricial, vectorial, etc.). A continuación analizaremos las principales alternativas que existen en la actualidad para realizar estas operaciones, hasta llegar al resultado de esta fase: un MDE preparado para ser sometido a las pruebas de control necesarias para la evaluación de su calidad y para la detección corrección de errores.

#### 3.1 Captura de los datos.

El origen de un modelo digital de elevaciones puede estar, en principio, en la medida directa sobre la superficie real del terreno mediante, por ejemplo, altímetros aerotransportados. Es más frecuente, sin embargo, el uso de métodos indirectos, que utilizan como base un conjunto de documentos (analógicos o digitales) elaborados previamente. La Tabla 3.1 muestra algunos ejemplos de métodos que pueden ser utilizados con mayores o menores dificultades y limitaciones.

Tabla 3.1.- Ejemplos de métodos de captura de datos para la construcción del modelo digital de elevaciones.

<b>DIRECTOS</b>	ALTIMETRÍA	Altímetros transportados por plataformas aéreas
	GPS	Global positioning system, sistema de localización mediante satélites
	TOPOGRAFÍA	Mediante estaciones topográficas con salida digital
<b>INDIRECTOS</b>	RESTITUCIÓN	Origen digital: imágenes digitales captadas por satélites (p. ej. SPOT) con diferentes ángulos de visión
		Origen analógico: pares fotográficos convencionales (pancromático, color, infrarrojo)
	DIGITALIZACIÓN	Manual: mediante tableros digitalizadores  Automática: mediante <i>scanners</i>

##### 3.1.1 Métodos directos: altímetros, GPS y estaciones topográficas.

Algunos satélites han incorporado altímetros entre sus instrumentos, con lo que se hace posible, al menos teóricamente, el registro directo de los datos altimétricos en formato digital. Las características de estos altímetros hacen de ellos aparatos extremadamente precisos: el transportado por el satélite *ERS-1* (iniciales de *European Remote-Sensing Satellite*) es un radar de 13.8 GHz con un error nominal de apenas unos cm (Bruzzi y Wooding, 1990:13). Sin embargo, problemas relacionados con la fuerte

dispersión de la señal en zonas rugosas y con una resolución espacial reducida han limitado prácticamente su uso al análisis de la topografía de la superficie marina y seguimiento de los hielos polares (Francis *et al.*, 1991:42-43). Su mayor ventaja reside en que se trata de un método de captación remota de información por lo que la toma de los datos no está limitada por la accesibilidad de la zona.

En los últimos años se han desarrollado sistemas de localización geográfica conocidos como *GPS* (siglas de su denominación en inglés: *global positioning system*). Estos métodos utilizan un conjunto de satélites de referencia y, mediante métodos de triangulación, permiten obtener valores de las tres coordenadas espaciales para un lugar localizado sobre la superficie terrestre. Este método es muy preciso en ciertas condiciones (ver, por ejemplo, Lucas y Martin-Neira, 1990:294), pero presenta de algunas limitaciones que reducen su utilidad. Entre ellas, las dos principales son la necesidad de acceder físicamente al lugar de medida y el tiempo relativamente elevado que se precisa para realizar una toma de datos fiable. A estas dos circunstancias, que impiden en la práctica la adquisición del enorme número de datos que componen un MDE, deben añadirse algunos problemas secundarios relativos a la necesidad de condiciones favorables para las medidas (acceso visual directo y simultáneo a un mínimo de cuatro satélites, poca cubierta vegetal sobre la antena receptora, necesidad de una segunda estación de apoyo en funcionamiento simultáneo, etc.). Estas limitaciones convierten al método *GPS* más en un recurso de apoyo que en el sistema básico de captación de datos.

Finalmente, las estaciones topográficas más avanzadas pueden generar y almacenar los resultados de sus medidas en formato digital. Algunos sistemas de información geográfica incorporan utilidades que permiten el tratamiento e incorporación de los datos en este tipo de formatos (ver, por ejemplo, ESRI, 1991). A pesar de su utilidad, el método tiene problemas similares al anterior ya que la recogida de información exige la presencia física sobre el terreno. Asimismo, el tiempo necesario para realizar una toma de datos fiable y completa invalida el método como única vía de incorporación de datos en la construcción del MDE.

### 3.1.2 *Métodos indirectos: restitución fotogramétrica.*

Como se ha indicado anteriormente, es más frecuente utilizar métodos indirectos para la generación de los MDE. Las causas son principalmente que estos métodos no necesitan acceder físicamente a la totalidad de la zona de estudio, pues utilizan documentos preexistentes, y que la generación de datos se hace de forma relativamente rápida, cuestión básica cuando el volumen de información es muy elevado.

En las operaciones de restitución se utiliza como documento básico un conjunto de pares estereoscópicos de imágenes de la zona a estudiar. El trabajo se basa en métodos fotogramétricos que, examinando puntos homólogos en los pares estereoscópicos, deducen de su paralaje las cotas de referencia necesarias para reconstruir la topografía. Actualmente existen sistemas (restituidores fotogramétricos) completamente automatizados que realizan esta labor grabando directamente los resultados en un formato digital compatible con sistemas de información geográfica. En este caso, los pares estereoscópicos son analizados mediante sistemas ópticos de exploración. La información resultante es procesada para, mediante un proceso iterativo de cálculo de correlaciones, identificar los puntos homólogos (Claus, 1984), medir paralajes y estimar altitudes (Allam, 1978). El acceso al terreno es necesario para establecer un conjunto de puntos de apoyo que permitan fijar valores de altitud en una escala absoluta.

El método se utiliza también en la elaboración de cartografía analógica y sólo se diferencia en el formato de la salida de los datos. En la cartografía convencional, la salida se realiza sobre un soporte físico estable (minuta), mientras que en el otro caso se graba directamente en un soporte informático. Ambos tipos de productos, sin embargo, no son incompatibles y pueden ser generados paralelamente.

Los pares estereoscópicos han sido hasta hace pocos años exclusivamente fotogramas aéreos, tomados por cámaras de gran formato desde aviones en vuelo a diferentes altitudes. Actualmente, a estas fotografías se han sumado las imágenes digitales tomadas por sensores pancromáticos transportados por satélite. Una novedad reciente en este campo ha sido el

lanzamiento del satélite *SPOT* en 1986, que incorpora la posibilidad de obtener imágenes estereoscópicas mediante variaciones en el ángulo de vista, programables desde tierra. Los sensores pancromáticos del *SPOT* permiten una resolución de 10 m, con un espectro de captación similar al visible. Aunque la investigación en este campo es lógicamente muy reciente (Day y Muller, 1989), según algunos autores, los MDE resultantes tienen una calidad comparable a los obtenidos mediante los métodos fotogramétricos convencionales (Kaufmann y Haja, 1988).

Finalmente, cabe mencionar los ensayos para la construcción de MDE a partir de datos tomados por los radares de apertura sintética (SAR) que, aunque basados también en el análisis de pares de imágenes, difieren notablemente de los métodos más convencionales. Las técnicas implicadas suelen agruparse bajo el neologismo *radargrametría* y la precisión de los resultados depende básicamente de la resolución espacial y de la precisión y estabilidad de la trayectoria de la plataforma. Aunque se trata de una técnica con evidente futuro, en la actualidad las dificultades operacionales son significativas y la magnitud del error del MDE resultante es demasiado elevada como para establecer una competencia real con los métodos más convencionales. En Polidori (1992) puede encontrarse una exposición más amplia de los métodos disponibles y una discusión sobre sus características.

### 3.1.3 Métodos indirectos: digitalización de mapas topográficos.

Los métodos fotogramétricos son utilizados generalmente por organismos estatales o por empresas especializadas. El elevado coste de los aparatos necesarios para la restitución hace difícil que pequeños equipos puedan abordar la construcción de los MDE por esta vía. La opción alternativa es la digitalización de los mapas topográficos preexistentes, lo cual puede realizarse bien de forma manual (mediante un tablero digitalizador), bien automáticamente (mediante sensores ópticos de exploración).

La digitalización automática ha sido una línea de investigación en constante desarrollo en los últimos años debido a que los métodos de digitalización manual son lentos y proporcionalmente muy costosos dentro del total de procesos. El método usado mayoritariamente en la actua-

lidad se basa en el uso de microdensitómetros de exploración (*scanners*) que detectan un cierto número de niveles de gris (o componentes de color) en un mapa original mediante sensores ópticos. Existen dos variantes básicas en función del formato del resultado, vectorial o *raster*.

En la primera, el cabezal se sitúa al inicio de una línea y realiza el seguimiento de la misma de forma automática, generando directamente una salida vectorial. Este proceso presenta problemas en los casos en que las líneas se interrumpen o se cruzan: cotas en medio de las curvas de nivel, caminos o carreteras que las cortan, etc., por lo que precisa de un operador que intervenga para solucionar todas las situaciones conflictivas. En el caso de mapas sencillos y limpios de información imprecisa, el método supera en eficacia a la digitalización manual, pero si la información es compleja puede ser considerablemente más lento.

La digitalización mediante *scanners* puede generar también salidas en formato *raster* cuando el barrido se hace de acuerdo con un esquema matricial. La salida digital es una matriz de valores de gris, de componentes primarios (amarillo, cian y magenta) en los dispositivos sensibles al color o, simplemente, de blanco y negro. La generación de esta matriz es un proceso simple pero constituye una información que no es aprovechable directamente para la construcción del modelo digital. Para transformar el conjunto de datos en algo más útil se sigue a continuación un proceso de *vectorización* de este archivo *raster* que, para un mapa topográfico, implica las siguientes fases:

1. **Filtrado** de la imagen *raster* de forma que, fijando un valor umbral de gris, todos los píxeles<sup>1</sup> se asignen a blanco o negro. Se trata esencialmente de un realce de contraste que persigue la eliminación de las

---

<sup>1</sup> El neologismo **pixel** (pl.: píxeles) proviene de la contracción de la expresión *picture element* y define los elementos discretos en que se divide una imagen matricial. Se ha optado por la transcripción directa del inglés ya que no existe una equivalencia en español y la palabra es de uso común en la terminología técnica.



sombras, manchas en el papel, etc. y la mejor delimitación de lo que son realmente elementos significativos en el mapa.

2. **Vectorización** de la imagen contrastada, de forma que los píxeles adyacentes se estructuran en líneas, generándose una imagen vectorial. Su similitud con el mapa original es función de la calidad gráfica y complejidad de éste pero suele ser un producto poco depurado debido a las dificultades de separar las líneas de nivel de cualquier otra entidad del mapa: retículas, toponimia, cotas, carreteras, red hidrográfica, tramas, etc. Esta fase puede realizarse de forma automática o interactiva, donde la toma de decisiones ante situaciones conflictivas la realiza un operador ante la pantalla gráfica.
3. **Edición y revisión** por parte de un operador, ya que los procesos descritos suelen ofrecer resultados plagados de errores, especialmente en el caso de mapas complejos o de mala calidad. Habitualmente el resultado no puede cumplir con las exigencias de coherencia topológica de un modelo de elevaciones y necesita de una completa revisión con la referencia del mapa original.

De este conjunto de procesos resulta la versión digital del mapa topográfico original, cuya calidad debe ser ya suficiente para ser utilizada como MDE, una vez asignada a cada línea la altitud correspondiente. El coste total de la operación es un factor muy variable en el que la elección de un mapa original de buena calidad es decisiva.

Cualquiera de los métodos anteriormente expuestos es una elección razonable si los medios disponibles lo permiten. Dos factores han hecho, sin embargo, que la digitalización manual sea el método más empleado en la actualidad. El primero es el elevado coste de los equipos ya que, aunque los *scanners* de pequeño tamaño son bastante accesibles, su utilidad es reducida para estos trabajos. El segundo es que los mapas disponibles suelen contener mucha más información que la exclusivamente topográfica, por lo que la última fase mencionada (edición interactiva para la corrección de errores), adquiere unas dimensiones tales que su rendimiento puede ser inferior al de la digitalización manual.

Por los motivos anteriormente expuestos, la digitalización manual a partir de los mapas topográficos es el método usado mayoritariamente en la actualidad, al menos por los equipos investigadores de mediana o pequeña entidad. El proceso se realiza sobre un tablero digitalizador sobre el que se sitúa el mapa. Las curvas de nivel se siguen manualmente con un cursor de forma que el ordenador recibe a ciertos intervalos, prefijados o decididos por el operador, las coordenadas que definen la trayectoria de la línea.

El proceso es lento y los errores inevitables, pero la experiencia muestra que si el personal está suficientemente capacitado pueden ser escasos. Por otra parte, como ya ha sido mencionado anteriormente, el método puede ser el más eficaz para la digitalización de cartografía compleja ya que se utiliza la capacidad de análisis del operador y la toma de decisiones es flexible y adaptable a las circunstancias de cada caso.

Queda por citar, finalmente, el método más simple de digitalización, que consiste en superponer físicamente al mapa topográfico una malla uniforme y extraer manualmente las altitudes correspondientes a cada nodo de la red. Esta es la versión estrictamente manual de una serie de procesos de muestreo e interpolación inherentes a la transformación vector-*raster*. Aunque muy rudimentario, este método permite disponer de pequeños modelos usando medios muy limitados y prescindiendo del tablero digitalizador y, por tanto, de los programas utilizados para manejarlo. Obviamente, el volumen de trabajo sólo es abordable para pequeñas zonas o modelos poco detallados. Los errores son mucho más frecuentes que en la digitalización sobre tablero ya que la concentración necesaria y la fatiga del operador son mayores. Estas circunstancias aconsejan el uso de este método sólo cuando la penuria de medios lo haga imprescindible.

### 3.2 Descripción de los modelos digitales utilizados.

En el presente trabajo se usan dos tipos de MDE, diferenciables por su resolución y por su procedencia. El primer tipo procede del modelo

digital del terreno **MDT200** del Instituto Geográfico Nacional, mientras que el segundo ha sido elaborado en el INDUROT (1990) en el marco de proyectos específicos de cartografía. Cabe señalar que los modelos utilizados cubren superficies de la Comunidad Autónoma de Asturias pero que esta circunstancia de limitación geográfica no invalida, obviamente, la utilidad de los algoritmos que se presentan, que son de validez general. Las principales características de ambos MDE se describen a continuación.

### 3.2.1 *Los modelos MDT200 del Instituto Geográfico Nacional.*

El modelo digital de elevaciones denominado MDT200 es un producto del Instituto Geográfico Nacional elaborado a partir de la información altimétrica contenida sus mapas topográficos a escala 1:200.000. El MDT200 cubre el total del territorio español mediante una malla cuadrada de 200 m de luz, aunque se comercializa en sectores de 30' de latitud por 45' de longitud aproximadamente, ligeramente solapados. La malla está referenciada geográficamente de acuerdo con el sistema UTM.

En el presente trabajo han sido utilizados varios submodelos, extraídos de los sectores 6-2, 7-2, y 8-2. En función de las aplicaciones a desarrollar se han utilizado modelos de diferentes dimensiones, que serán presentados en los capítulos correspondientes.

Tabla 3.1.- Características de los sectores MDT200 que cubren Asturias. Las coordenadas UTM se refieren al vértice superior izquierdo y corresponden al huso 30.

SECTOR	X <sub>UTM</sub>	Y <sub>UTM</sub>	FILAS	COLUMNAS
5-2	133000	4855000	441	331
5-3	130000	4712000	296	326
6-2	194000	4842000	386	326
6-3	191000	4768000	296	326
7-2	255000	4840000	386	321
7-3	253000	4766000	296	321
8-2	316000	4819000	291	316

### 3.2.2 *El modelo MDE100 del valle de Degaña.*

En otras aplicaciones se ha juzgado conveniente utilizar modelos con mayor resolución espacial que los MDT200. Un ejemplo de ellos es el denominado MDE100, incluido en la Hoja 100-II (escala 1:25.000) del Mapa Topográfico Nacional. Este modelo está compuesto por un total de 177661 datos, repartidos en 341 filas y 521 columnas, equiespaciados por intervalos de 25 m. La referenciación geográfica es conforme con el sistema UTM; su origen (vértice superior izquierdo) tiene las coordenadas siguientes: X=689076; Y=4763545 (huso 29).

El MDE100 forma un rectángulo de 13025 × 8525 m, con una superficie algo superior a los 111 km<sup>2</sup>. La mayor parte de la zona está constituida por la cuenca alta del río Ibias, aunque en el cuadrante Noreste aparece la cuenca alta del río Narcea (valle de Hermo) y en el Suroeste el valle del río de la Collada, subsidiario del Ibias.

### 3.3 Algunos aspectos prácticos del proceso de digitalización.

Dado que la digitalización manual es probablemente el método más habitual para la construcción de un modelo digital de elevaciones, parece justificado mencionar algunos aspectos prácticos sobre las circunstancias más comunes en este proceso. Entre ellas destacan la necesidad de un soporte informático adecuado, la preparación del material y la selección de los elementos significativos del relieve.

#### 3.3.1 Medios informáticos: programas y equipo.

Para la digitalización de un mapa topográfico se precisa un soporte informático que está condicionado básicamente por el tipo de programa que se utiliza en el proceso y por la capacidad del ordenador. En el primer caso, las opciones pueden abarcar desde programas sencillos que se limitan a almacenar las coordenadas y sólo incorporan algunas utilidades básicas de comprobación y corrección, hasta programas sofisticados con edición gráfica interactiva, donde el operador está comprobando de forma continua el avance del proceso.

El primer caso ya no es frecuente en la actualidad pero fue la norma hasta que otras alternativas se hicieron accesibles económicamente. No es necesario insistir en que disponer de un programa con suficientes funciones de edición gráfica facilitará el trabajo y reducirá notablemente el número de errores cometidos.

La mayoría de los programas de digitalización actuales tienen capacidad suficiente para permitir trabajos relativamente complejos. Los factores limitantes residen más bien en la capacidad del ordenador utilizado y en la posibilidad de la transferencia de datos. Es importante, respecto al primer problema, elegir unos medios adaptados a la complejidad real de los mapas. En este sentido cabe señalar que los SIG residentes en estaciones de trabajo (*workstations*) suelen incluir módulos de digitalización; su uso, sin embargo, obliga a inmovilizar un ordenador de gran capacidad para tareas que no son tan exigentes, lo que supone un derro-

che de medios poco justificable. Este problema debe resolverse utilizando medios menos sobredimensionados y buscando un método adecuado para la transferencia de información. Nuestra experiencia muestra que un microordenador de altas prestaciones es suficiente habitualmente para resolver la tarea de digitalización, mientras que una estación de trabajo de tipo medio tendrá un coste unas diez veces superior.

El uso de programas específicos para la digitalización obliga habitualmente a usar formatos de almacenamiento especiales, adaptados al manejo de la información gráfica. Estos formatos son raramente utilizables de forma directa por los programas de tratamiento de los modelos digitales por lo que se hace necesario prever un método de conversión que permita transferir los ficheros con una pérdida mínima de información. De forma más general, la práctica ha mostrado que los procesos de transferencia de formatos, sobre los que se suele hacer poco énfasis, pueden suponer un problema no trivial y que exige una inversión de tiempo a veces muy elevada.

El material necesario se completa con un tablero digitalizador de dimensiones adecuadas. En la digitalización siempre es ventajoso (aunque no imprescindible) trabajar con documentos completos, por lo que la opción de un tablero cuya área activa sea al menos de tamaño DIN A0 es la más recomendable. Asimismo, resulta conveniente el uso de un cursor de 16 botones ya que una buena parte de las órdenes de digitalización pueden ser asignadas a los mismos, ahorrando tiempo y facilitando el proceso al operador.

#### 3.3.2 Procesos previos a la digitalización.

La elección de un mapa adecuado es importante para reducir los errores del proceso, especialmente los debidos a las distorsiones físicas del soporte sobre el que está impreso. En este sentido es necesario utilizar mapas sobre soportes dimensionalmente estables. Las copias sobre papel sólo deben utilizarse si no existe otra alternativa (o en el caso poco frecuente de que la precisión no sea demasiado importante) ya que tienden a deformarse con los cambios de temperatura y humedad. En todo caso, es

recomendable efectuar pruebas de valoración del error debido a las deformaciones del documento original (ver capítulo 4).

En la digitalización de un mapa topográfico, aunque sencilla, deben observarse una serie de etapas que facilitarán aspectos prácticos del trabajo. Algunas de ellas son las siguientes:

1. Deben usarse mapas en buen estado, ya que la precisión del trabajo depende de la calidad del documento original. Deben evitarse, por tanto, los mapas doblados, sucios o con las líneas mal representadas.
2. La referencia espacial del mapa debe registrarse con precisión mediante al menos dos puntos de control localizados en la periferia del área a digitalizar, con la máxima separación posible en el plano XY. El primer paso de una sesión de digitalización es la calibración del tabletero mediante estos puntos de control, con lo que se garantiza una buena superposición a lo largo de las sesiones de trabajo.
3. Es ventajoso que los puntos de control se definan directamente mediante sus coordenadas en un sistema de proyección geográfica (UTM, por ejemplo). De esta forma, el modelo estará georreferenciado desde un principio.

### 3.3.3 Método de digitalización.

La digitalización de un mapa topográfico debe incluir tres "capas" o niveles de información diferentes:

1. Curvas de nivel. En función de la escala del mapa original y del detalle requerido para el modelo puede digitalizarse la totalidad de curvas o efectuar una selección como, por ejemplo, de sólo las curvas maestras. Una norma orientativa para esta selección es la siguiente: tomar, como mínimo, curvas de nivel con intervalos de altitud entre sí iguales a la mitad de la distancia entre filas y columnas del MDE final.
2. Puntos acotados. Las cumbres serán siempre mesetas por encima de la última curva de nivel digitalizada a menos que se introduzcan cotas auxiliares en estas zonas críticas (Oswald y Raestzsch, 1984). Si no se tiene en cuenta esta circunstancia, los estadísticos sobre las pen-

dientes de la zona pueden ser inservibles. Por este motivo, deben ser digitalizados los puntos acotados que permitan definir con más precisión las estructuras más importantes: cumbres, concavidades, collados, crestas y fondos de valles.

3. Líneas auxiliares. Los programas actuales de creación de modelos digitales suelen permitir la introducción de líneas auxiliares en zonas de cambios de pendiente. Estas líneas son tenidas en cuenta por los algoritmos de interpolación para conseguir una representación realista de elementos del relieve como fallas, escarpes, bordes de taludes o acantilados y, probablemente lo más importante, cauces fluviales.

La digitalización de los elementos lineales puede realizarse, en principio, de dos modos: punto a punto e incremental. En el primer caso, los puntos se registran cada vez que el operador pulsa un determinado botón del cursor; en el segundo, los puntos se envían automáticamente cada vez que el cursor se separa una cierta distancia del punto anterior. Existen opiniones diversas respecto a la conveniencia de adoptar uno u otro método. La mía es que la digitalización incremental es más fatigosa y facilita la comisión de errores al seguir las líneas. El motivo es que el operador no sabe exactamente qué punto va a ser registrado por lo que debe mantener una atención constante al mover el cursor sobre la curva de nivel. Asimismo, no tiene la capacidad de elegir la resolución espacial de los datos y la corrección de errores es más dificultosa. En el caso alternativo, la atención prestada al movimiento del cursor entre punto y punto no es un factor importante; de esta forma, el operador puede concentrarse en la selección de los elementos significativos y en la colocación exacta del cursor sobre éstos.

El grado de detalle introducido en la digitalización depende de dos factores: la separación entre los puntos que definen una línea y la separación de las líneas entre sí. En general, el operador tiende a agrupar los puntos a lo largo de las curvas ocasionando un desequilibrio en relación con las zonas entre ellas, que carecen de datos. Esta estructura puede acarrear consecuencias indeseables en el posterior manejo del modelo si no se toman precauciones para corregirla además de requerir mayor espacio de almacenamiento. En principio, los resultados óptimos en los

procesos posteriores de "rasterización" se obtendrán cuando la distancia entre puntos a lo largo de una línea sea similar a la distancia entre líneas (Flach y Chidley, 1988). Es deseable, sin embargo, introducir curvas de apoyo en aquellas zonas donde, por su escasa pendiente, parezca necesario un mayor detalle.

El archivo resultante puede tener unas dimensiones importantes en esta fase de la digitalización, en función del tamaño del mapa, del grado de generalización y la estructura. Esta dimensión debe reducirse en procesos posteriores mediante un filtrado selectivo o generalización cartográfica, operación que persigue la eliminación de la información redundante o excesiva dado un nivel de precisión prefijado.

### 3.4 Interpolación en modelos vectoriales: transformación vector-raster.

La etapa de digitalización finaliza cuando se dispone de un modelo vectorial compuesto por curvas de nivel, puntos acotados y líneas auxiliares. En este momento deben realizarse las pruebas necesarias para la detección y corrección de errores, tanto posicionales como atributivos (ver capítulo 4), para garantizar la coherencia de la información.

La construcción de un MDE matricial a partir de la información contenida en el vectorial es básicamente un problema de interpolación: se definen las localizaciones de los puntos problema (en las intersecciones de las filas y columnas) y se estima la altitud de cada uno de ellos en función de los datos del entorno existentes en el modelo vectorial. El planteamiento global del problema podría ser, por tanto, como sigue: dado un conjunto de puntos con coordenadas  $(x, y, z)$ , distribuidos irregularmente, generar un nuevo conjunto de puntos localizados en los nodos de una red regular de forma que la superficie interpolada sea una representación adecuada de la modelizada mediante los datos originales. Con el término "adecuada" se quiere indicar, en realidad, que la pérdida de información ligada a la transformación sea mínima o, al menos, asumible.

Existe una amplia variedad de posibles métodos de interpolación. Ya se ha indicado anteriormente que los métodos globales, que intentan representar la totalidad de la zona mediante una única superficie de ajuste, son poco viables en la práctica debido a la complejidad del relieve a modelizar. El resto de métodos son locales, es decir, se asume que la altitud de un punto está funcional y estrechamente relacionada con la de los puntos localizados en un entorno limitado del mismo y sólo éstos serán usados para realizar la interpolación. En este contexto, el proceso de estimación de la altitud de un punto  $P$  seguirá básicamente las siguientes etapas:

1. Fijar la posición del punto problema,  $P$ , por medio de sus coordenadas.
2. Definir un entorno geométrico  $C$  del punto problema.
3. Extraer el subconjunto de datos  $V$  del MDE vectorial que está incluido en el entorno  $C$ .
4. Realizar una interpolación a partir del subconjunto de datos  $V$ .
5. Asignar la altitud resultante al punto  $P$ .

De este conjunto de operaciones, la tercera y la cuarta merecen una atención especial ya que son algo más complejas que el resto. En efecto, la posición del punto problema está prefijada por la localización de la matriz y el intervalo entre filas y columnas. El siguiente paso, que tiene por objeto acotar el número de datos eligiendo sólo los más próximos, suele abordarse definiendo un entorno geométrico alrededor del punto problema. Inicialmente, es ventajoso que este entorno tenga una forma cuadrada (ver más adelante), operación inmediata una vez definidas las dimensiones del mismo. La complejidad de tratamiento aumenta en las siguientes etapas, que afectan a la selección de los datos y al propio proceso de interpolación.

#### 3.4.1 Selección de los datos básicos.

En un MDE vectorial no es sencillo acceder directamente a un dato por su posición espacial, como ocurre en los modelos matriciales. Por este

motivo, la localización de los datos incluidos en el entorno  $C$  debe realizarse mediante operaciones de búsqueda globales. Dado el enorme número de datos que habitualmente componen un MDE vectorial, la búsqueda secuencial punto a punto es poco eficaz debido al elevado tiempo que necesita. Se han realizado algunas propuestas que reducen estas exigencias. Por ejemplo, Devereux (1985) propone, en una primera y costosa etapa, la ordenación del conjunto de puntos por sus valores de abscisas y ordenadas. La posterior segmentación de los vectores ordenados para localizar los datos incluidos en el entorno puede realizarse de forma bastante más eficiente en este contexto que en el original. Por otra parte, Erdas (1991b:21) utiliza una técnica de segmentación en bloques del conjunto de datos inicial con el fin de reducir el entorno de búsqueda.

Otra opción, que ha sido utilizada por nosotros ocasionalmente, aprovecha la estructura de los datos, agrupados en isohipsas, para realizar una búsqueda más eficaz descartando globalmente la mayoría de las líneas y reduciendo la búsqueda punto a punto en un subconjunto reducido de ellas. En la estructura de datos utilizada, cada línea del MDE vectorial está almacenada en un archivo general como una secuencia simple de puntos. Un segundo archivo, denominado índice, se compone de registros que contienen una información reducida de cada línea: número de línea, registro donde comienza en el archivo general, altitud, número de puntos que la componen y *ventana mínima* en la que está contenida. La ventana, por tanto, es una estructura de datos que contiene las abscisas y ordenadas mínimas y máximas que aparecen en la línea.

El proceso comienza definiendo el entorno  $C$  del punto  $P$  como un área cuadrada centrada en el punto problema (representable mediante una estructura equivalente a la ventana mínima de las líneas). A continuación, se analizan las isohipsas secuencialmente mediante un algoritmo de intersección: sólo se consideran candidatas las líneas cuyas ventanas cortan o están incluidas en la del entorno. Este proceso es rápido y permite eliminar la mayoría de las isohipsas del modelo. Los puntos se buscan a continuación secuencialmente en el subconjunto de líneas seleccionadas, comprobando si están o no incluidos en el entorno mediante un algoritmo del tipo punto-en-rectángulo; en caso positivo, sus coordenadas se inclu-

yen en el conjunto de datos  $V$ . Este método, aunque no excesivamente sofisticado, representa una opción aceptable dada la escasa necesidad de estructuración de los datos originales y la sencillez de los algoritmos involucrados.

Al finalizar el proceso de selección, el número de puntos componentes de  $V(n)$  es un indicador de lo adecuado de las dimensiones del entorno definido alrededor del punto problema. Si  $n$  es excesivamente bajo, no cabe otra alternativa que aumentar las dimensiones de  $C$  y repetir el proceso. Si, en cambio, es excesivamente alto, puede dificultar los cálculos posteriores por lo que debe realizarse una segunda selección de los puntos más relevantes. Una buena alternativa para esta selección es la siguiente:

1. Se ordena el vector  $V$  de acuerdo con la distancia de cada elemento al punto  $P$ .
2. Se divide el entorno de  $P$  en 4 sectores circulares de  $90^\circ$  o en 8 de  $45^\circ$ .
3. Se asignan los puntos del vector ordenado  $V$  al sector al que pertenecen.
4. En cada sector se seleccionan los tres puntos más cercanos a  $P$  con la condición suplementaria de que sus cotas sean diferentes.

De esta forma se obtiene un vector con un máximo de 12 o 24 puntos (según el número de sectores), convenientemente repartidos en el entorno del punto problema, e incluyendo curvas de altitudes diferentes. A partir de este subconjunto de datos debe realizarse el proceso de interpolación, cuyas principales alternativas se presentan en el siguiente apartado.

### 3.4.2 Métodos de interpolación.

Los métodos de interpolación más usuales a partir de un conjunto de puntos distribuidos irregularmente pueden reducirse a tres: ponderación en función inversa de la distancia, superficies de tendencia y *kriging*.

El primer método realiza la interpolación asignando pesos a los datos en función inversa de la distancia que los separa del punto problema. La fórmula general es la siguiente:

$$z_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \cdot d_i^k}{\sum_{i=1}^n d_i^k}$$

En la expresión anterior,  $\hat{z}_{x,y}$  representa la altitud estimada para el punto de coordenadas  $(x, y)$  a partir de los  $n$  puntos seleccionados en el entorno. La variable  $k$  permite variar la ponderación de la distancia para los datos. Así, por ejemplo, cuando  $k=2$ , la interpolación se realiza en función inversa del cuadrado de la distancia.

Este método tiene a su favor la sencillez y rapidez de cálculo pero, al tratarse esencialmente de una media ponderada, el resultado se encuentra siempre incluido dentro del rango de variación de los datos. Por este motivo, el correcto tratamiento de las formas cóncavas y convexas depende estrechamente de la distribución de los puntos originales.

Una opción alternativa, que puede reflejar más adecuadamente formas no recogidas explícitamente por los datos de entrada, es la estimación de superficies de tendencia. Su cálculo, a partir del conjunto de datos, suele hacerse mediante un ajuste por mínimos cuadrados. La ecuación polinómica resultante puede reducirse, en el caso más simple, a un plano de ajuste cuya expresión es  $\hat{z}_{x,y} = a_{00} + a_{10} \cdot x + a_{01} \cdot y$ . Lo más habitual es, obviamente, el uso de superficies de grado superior, cuya mayor complejidad les permite describir con más exactitud la superficie topográfica. La expresión general para una superficie de orden  $k$ , es la siguiente:

$$z_{x,y} = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} a_{i,j} \cdot x^i \cdot y^j$$

La elección del valor de  $k$  depende del equilibrio que se desee entre la complejidad de las operaciones y el mejor o peor ajuste a los datos ori-

ginales. Algunos autores recomiendan el uso de ecuaciones de grado 5 que, a pesar del elevado coste informático de su cálculo, poseen algunas propiedades de interés (Menéndez, 1992:91). Aunque la realización de pruebas es relativamente costosa, la opción de mínima complejidad implicaría elegir el menor valor de  $k$  para el cual la suma de desviaciones (o de sus cuadrados) entre los datos estimados y los reales sea menor que un valor de error aceptable y prefijado:

$$\sum_{x,y} (z_{x,y} - \hat{z}_{x,y})^2 < E_{max}$$

Es conveniente destacar algunos factores que pueden afectar negativamente al uso de superficies de tendencia y que, ocasionalmente, pueden no ser completamente obvios. El primer factor afecta al número de datos que, muy recomendable, debe ser suficiente para llevar a cabo un análisis estadísticamente significativo. El problema radica en que el número de datos determina los grados de libertad del análisis por lo que, si se acerca al número de coeficientes de la ecuación, ésta pierde significado estadístico (la probabilidad de error de Tipo II aumenta drásticamente).

Un segundo factor afecta a los análisis efectuados en la periferia del modelo: si se fuerza a realizar extrapolaciones (cuando el punto problema no está rodeado por los datos, sino que éstos se sitúan lateralmente), los valores marginales pueden adoptar dimensiones disparatadas, problema que se agrava notablemente cuando el grado de la ecuación es elevado. Por este motivo es muy recomendable que el modelo vectorial previo sea más extenso que el matricial, aportando una banda suplementaria en los bordes que permita que todos los puntos del modelo matricial tengan datos de apoyo a su alrededor.

Otro factor de interés se refiere a la distribución de los datos originales: si los datos no representan un área similar, la superficie de tendencia se alargará paralelamente a su patrón de distribución. Por este motivo, las distribuciones regulares y aleatorias darán habitualmente buenos resultados, mientras que la tendencia a agrupar los datos será perjudicial. Este problema se manifestará, por ejemplo, si los modelos vectoriales se

construyen agrupando los datos a lo largo de las curvas de nivel con excesiva densidad. Aunque pueda no ser intuitivamente obvio, los mejores resultados se obtendrán cuando la distancia entre puntos de una línea sea similar a la distancia entre líneas, lo que exige una mayor densidad en las zonas de fuerte pendiente y una mayor separación en áreas llanas.

La última alternativa para la interpolación que trataremos aquí se denomina habitualmente *kriging*<sup>2</sup>. Este método realiza una estimación del valor en el punto problema mediante una media ponderada en función de la distancia:

$$Z_{x,y} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \cdot Z_i$$

donde se usa un conjunto de  $k$  datos situados en el entorno de punto problema y  $\lambda_i$  representa los pesos asignados a cada uno de ellos. La originalidad del método reside, sobre todo, en el criterio utilizado para asignar los valores de ponderación a cada dato y en que permite asignar un valor de error para cada punto problema. Asimismo, la definición del área adecuada del entorno puede hacerse con criterios estadísticos lo que aumenta la robustez del método. De hecho, si se cumplen ciertas propiedades en la distribución de los valores de la variable, este método de interpolación es óptimo, es decir, es insesgado y la suma de cuadrados de las desviaciones es mínima.

La formulación básica del *kriging* asume que la variación espacial de la variable a representar puede ser expresada como la suma de tres componentes. El primero es un componente que puede tener un valor medio constante o asociarse a una superficie de tendencia y que, en el caso lineal, podría ser modelizado mediante una expresión como  $\hat{Z}_{x,y} = a_{00} + a_{10} \cdot X + a_{01} \cdot Y$ . Sin embargo, como hemos visto en los

apartados anteriores, esta superficie de tendencia no podrá habitualmente explicar la totalidad de la variación de los datos. El segundo componente representa estas desviaciones o residuos:  $Z'_{x,y} = Z_{x,y} - Z_{xy}$  y no se considera un error aleatorio de las medidas, sino una variable cuya distribución puede ser explicada en términos de correlación espacial. El tercer componente, finalmente, representa un término residual de error aleatorio y no correlacionado espacialmente.

El *kriging* hace énfasis en el tratamiento del segundo componente mediante el análisis de la correlación espacial entre los datos, asumiendo que su valor es dependiente de la distancia entre los mismos. En efecto, en el caso de los MDE, es razonable suponer que el valor de altitud en un punto está relacionado de alguna manera con el valor de los puntos vecinos, distribuidos a distancias variables. Puede suponerse, asimismo, que la "influencia" de los puntos más lejanos es menor que la de los más próximos. El *kriging* estima esta dependencia en función de la distancia mediante la medida de la **covarianza** entre los datos separados por distancias diferentes. Para ello utiliza la semivarianza de las diferencias cuyo valor se calcula mediante la expresión:

$$g(h) = \frac{1}{2} \cdot \text{var}(z_p - z_{p+h})$$

donde **var** representa la varianza;  $z_p$  el valor de la variable en un punto  $p$  y  $z_{p+h}$  el valor en un punto situado a una distancia  $h$  del anterior.

La función que relaciona  $g$  con la distancia  $h$  se denomina **variograma** y muestra, por tanto, la variación de la correlación entre los datos en función de la distancia. La expresión más usual para representarla es (Oliver y Webster, 1990:315):

$$g(h) = \frac{1}{2 \cdot n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (z_{p_i} - z_{p_i+h})^2$$

<sup>2</sup> Esta expresión no es traducible ya que se ha construido a partir del nombre de D.G. Krige, geólogo y estadístico que propuso el método.



donde  $n_h$  es el número de pares de valores separados por una distancia  $h$ . Cambiando este último valor, es posible elaborar el variograma empírico para el modelo. El variograma puede construirse sin tener en cuenta la orientación de los pares de datos o bien para diferentes orientaciones, en el caso de que se sospechen anisotropías en la correlación (Mulla, 1988:391).

El paso posterior consiste en el cálculo de las funciones de ponderación  $\lambda_i$ , elegidas de forma que no presenten sesgo ( $\sum I_i = 1$ ) y que minimicen la varianza esperada (representada por los valores del variograma). Este proceso se realiza resolviendo mediante la ecuación siguiente, expresada en formato matricial:

$$[g(h_{ij})] \cdot [I_i] = [g(h_{ip})]$$

donde  $[g(h_{ij})]$  es una matriz con los valores de la semivarianza para las distancias existentes entre los puntos  $i$  y  $j$  ( $i=1\dots k; j=1\dots k$ );  $[I_i]$  es un vector de  $k$  elementos que contiene los valores de las funciones de ponderación para cada punto ( $i=1\dots k$ ) y, finalmente,  $[g(h_{ip})]$  es otro vector con los valores de la semivarianza correspondiente a las distancias existentes entre cada dato  $i$  ( $i=1\dots k$ ) y el punto problema  $p$  (ver Royle *et al.*, 1981 para un desarrollo más detallado).

Como ya se ha indicado, el *kriging* permite obtener dos valores suplementarios. En primer lugar, el variograma nos permite conocer el valor de distancia  $h$  para el cual los datos pueden considerarse ya independientes entre sí. Este valor de distancia pone un límite superior al área del entorno alrededor del punto problema ya que incluir puntos situados a distancias mayores no aportaría información de interés. El otro parámetro estimado es el valor del error esperado para cada punto, que es función de los valores de semivarianza observados para los datos y que puede calcularse mediante la expresión siguiente:

$$s_p^2 = \sum_{i=1}^k I_i \cdot g(h_{ip})$$

Como ya se ha indicado, el *kriging* es un método de estimación óptimo desde el punto de vista estadístico siempre que se cumplan algunas condiciones. De ellas, la más importante es que el variograma sea de validez general para el modelo. Esto quiere decir que la interdependencia entre los datos debe ser función exclusivamente de la distancia entre ellos (de su posición relativa) y no de su localización espacial absoluta. Asimismo, en el desarrollo mostrado anteriormente, no se hace ninguna referencia sobre la orientación de los datos: ¿en qué sentido se miden las distancias  $h$  para el cálculo del variograma? En la teoría elemental del *kriging* se asume que la estructura de los datos es isotrópica, de forma que la distancia entre dos puntos puede medirse independientemente de su situación relativa.

La mayor desventaja del *kriging* es que se exige cálculos numéricos intensivos, por lo que su ejecución se hace notablemente lenta, al menos en términos comparativos. Sin embargo, sus ventajas, cuando las condiciones previas se cumplen, lo convierten en el método más aconsejable para la interpolación en los MDT.

## 4 DETECCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERRORES EN LOS MDE

El modelo digital de elevaciones es la fuente básica de información para la elaboración de otros modelos, total o parcialmente dependientes de la topografía. Por este motivo, la utilidad y validez de los resultados derivados están estrechamente relacionadas con la calidad del modelo original. Es muy frecuente en la bibliografía la ausencia de información sobre las características de los MDE utilizados en las aplicaciones, especialmente cuando éstos han sido construidos por los propios investigadores y no provienen de fuentes oficiales o de organismos cualificados.

La calidad de un MDE depende del tipo y magnitud de los errores implicados. Conviene no perder de vista que la comisión de errores es inevitable debido a que los modelos son visiones simplificadas de la realidad, sometidas a un proceso de generalización. Los parámetros modelizados son, por tanto, inherentemente imprecisos, aunque su representación puede realizarse con más o menos exactitud, dentro de rangos dependientes del método de captación de datos utilizado (véase Lanter y Veregin, 1990:146 para una discusión de los modelos conceptuales de error implicados en el tratamiento de datos geográficos).

Los errores en los MDE pueden ser separados en dos categorías: los *errores posicionales* implican una deficiente localización geográfica de la cota o de la trayectoria de la curva de nivel y afectan, por tanto, a la situación en el plano  $XY$ ; los *errores atributivos* suponen una asignación imprecisa de la altitud asociada a la cota o a la curva e implican a las coordena-

das en el eje  $Z$ <sup>3</sup>. Estos dos tipos de errores han sido denominados también, de forma más genérica, *cartográficos* (error en la localización de elementos, sean puntos, líneas o polígonos) y *temáticos* (error en el atributo cartografiado, sean altitudes, población o cualquier otra característica) (Veregin, 1989b:12).

Ambos tipos de errores aparecen en el proceso de creación de los MDE, tanto si se hace de forma automática como manual. Por este motivo, es necesario adoptar criterios para su detección y medida, así como valorar la influencia de los mismos en los modelos derivados (propagación del error). Los errores posicionales afectan exclusivamente a los modelos vectoriales, que tratan entidades, mientras que en los matriciales las localizaciones están predefinidas por su naturaleza *raster*. Los errores atributivos pueden encontrarse en ambos tipos de modelos pero presentan una problemática más compleja en los matriciales, ya que, como hemos visto anteriormente, la altitud se asigna habitualmente mediante operaciones de interpolación o ajuste, cuyo error es dependiente de múltiples factores.

### 4.1 La medida del error atributivo en los MDE matriciales.

La cuantificación del error sobre un modelo digital de elevaciones matricial puede realizarse por comparación de un conjunto de valores conocidos de altitudes con los correspondientes de puntos homólogos del modelo, usando pruebas estadísticas convencionales. En este sentido, el error de altitud en un punto  $i$  ( $d_{z_i}$ ) se define como la diferencia entre ambos datos:  $Z_j - Z_i$ , donde el primer dato es la altitud del punto  $i$  en el

---

<sup>3</sup>En este caso, la altitud se trata como una propiedad del terreno, independientemente de su valor como tercera coordenada espacial. De esta forma, su tratamiento se realiza como con otras propiedades -pendiente, insolación, rugosidad-, que no tienen un valor intrínseco como referente espacial.

modelo, y el segundo es la altitud "real" o de referencia, extraída de una fuente de datos precisa.

Los estadísticos del error deben calcularse con un número suficiente de puntos homólogos convenientemente distribuidos sobre el mapa. El error medio (EM) para este conjunto de datos se define como:

$$EM = \bar{d}_z = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n d_{z_i}$$

donde  $n$  es el número de puntos que se comparan. El error estándar de las desviaciones,  $s_d$ , se calcula mediante la expresión:

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (d_{z_i} - \bar{d}_z)^2}$$

Una prueba inmediata de calidad para el modelo puede realizarse comparando el error medio con un valor máximo aceptable, definido de acuerdo con unos baremos de calidad. La expresión es la siguiente (Veregín, 1989a):

$$t_z = \frac{(|\bar{d}_z| - d_{z_0}) \cdot \sqrt{n}}{s_d}$$

donde  $d_{z_0}$  es el error máximo aceptable. La desviación se considera estadísticamente significativa si

$$|t_z| < t_{\alpha}[\infty]$$

donde el segundo término es el percentil de la distribución  $t$  de Student para un nivel de significación  $\alpha$ . El número de datos  $n$  es habitualmente lo suficientemente elevado como para considerar válido el valor de  $\infty$  para los grados de libertad.

En realidad, el uso del error medio tal como se presenta en las expresiones anteriores sólo tiene interés para comprobar si las desviaciones del modelo son aleatorias o no. En el primer caso, EM tenderá a cero, mientras que en el segundo, la expresión que evalúa  $t_z$  será significativa tomando  $d_{z_0} = 0$ . Por lo tanto, el problema del uso del error medio para la evaluación de la calidad de un MDE reside en que las desviaciones positivas y negativas se anulan; por este motivo, podría darse el absurdo caso de un MDE generado aleatoriamente alrededor de la altitud media de la zona que presentase un valor de error medio no significativo.

La solución a este caso es doble: tomar los valores absolutos de las desviaciones o bien usar el error cuadrático medio para la evaluación del error. En el primer caso, la expresión inicial se transforma en la correspondiente al error medio absoluto (EMA):

$$EMA = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |d_{z_i}|$$

Merchant (1987) sugiere el uso del error cuadrático medio (ECM) en vez del error medio. El ECM se calcula mediante la expresión:

$$ECM = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n d_{z_i}^2}$$

El uso de estos estadísticos permite una evaluación objetiva de la calidad de los MDE si, del mismo modo que en el caso de la cartografía convencional, se plantean unos baremos de calidad para los MDE. Los baremos parten de la base de que los grandes errores han sido corregidos y miden, por tanto, la desviación del modelo de la "realidad", expresada ésta a partir de una fuente de datos más fiable, como puede ser el mapa topográfico original utilizado en el proceso de digitalización (Keefer *et al.*, 1988:479).

Así, por ejemplo, el US Geological Survey define tres niveles de calidad para sus MDE matriciales de 7½ minutos de arco (con intervalos entre datos de 1 segundo de arco). Los MDE de nivel I no contienen pun-

tos con errores superiores a los 50 m y el ECM máximo es de 15 m. El nivel II admite un ECM máximo de 7 m y no contiene puntos con un error superior al doble del intervalo entre las curvas de nivel del mapa original. Finalmente, el nivel III tiene también un ECM máximo de 7 m pero el error máximo admitido para sus puntos se reduce a un intervalo entre curvas de nivel del mapa fuente. Obviamente, los parámetros del error dependen estrechamente de la "escala" del modelo y deben ser valorados de forma relativa en función de ésta (en Isaacson y Ripple, 1990, pueden encontrarse algunas comparaciones de interés).

## 4.2 Estimación del error en los modelos MDT200.

Las pruebas realizadas por el Instituto Geográfico Nacional sobre sus modelos MDT200, ofrecen por el momento sólo algunos resultados parciales. Según éstos (García y Lumbreras, 1992:42), el error cuadrático medio observado en unas hojas concretas de la Comunidad Valenciana oscila entre los 25 y los 32 m (debe recordarse que el intervalo entre las curvas de nivel del mapa original es de 100 m).

Se ha considerado de interés la aplicación de los métodos descritos en el apartado anterior a tres zonas de Asturias (cubiertas por los modelos MDT200 del Instituto Geográfico Nacional descritos en el capítulo 2), con el fin de aportar algunos datos suplementarios y, sobre todo, destacar la importancia del relieve como factor influyente en la cuantía del error. Para ello se han elegido tres zonas con un diseño topográfico muy diferente.

La primera coincide con la Hoja 14-III (Gijón Oeste) del Mapa Topográfico Nacional de España a escala 1:25.000. La mayor parte de su superficie pertenece a los concejos de Carreño y Gijón. Su relieve es suave, condicionado por el origen geológico ya que, en su mayor parte, se trata de una antigua plataforma de abrasión marina elevada sobre el nivel actual del mar. En consecuencia, la pendiente media es muy baja, de apenas 1°.

La segunda zona está representada en la Hoja 53-II (Sama); los concejos con mayor superficie en ella son San Martín del Rey Aurelio, Langreo, Laviana y Bimenes. Pertenece a la cuenca media del río Nalón, cuyo relieve está condicionado básicamente por el modelado fluvial y su pendiente media es de 10°.

La tercera zona está situada en los límites entre Asturias y Cantabria y coincide con la Hoja 56-III (Sotres). La mayor parte de su superficie está ocupada por el concejo asturiano de Cabrales y el término cántabro de Camaleño e incluye una parte significativa de los macizos Central y Oriental de los Picos de Europa. En el relieve actual influyen unos procesos kársticos muy activos actuando sobre un paisaje modelado por un glaciario o periglaciario reciente. La pendiente media de la zona alcanza los 22°.

La Figura 4.1 muestra las distribuciones de frecuencias para la pendiente en las tres zonas, donde pueden apreciarse las diferencias existentes entre ellas.

La estimación del error se ha realizado tomando en cada hoja el total de puntos coincidentes con la cuadrícula kilométrica UTM, excluyendo, en su caso, los situados sobre el mar. Las altitudes de estos puntos se han extraído manualmente de los mapas respectivos, considerándolas "ciertas" para usarlas como puntos de control. El análisis estadístico de el conjunto de datos ha aportado los resultados de la Tabla 4.1.

Tabla 4.1.- Resultados del cálculo de error realizado en las áreas del MDT200 coincidentes con las Hojas 14-III (Gijón Oeste), 53-II (Sama) y 56-III (Sotres).

HOJA	DATOS	EM	EMA	ECM
14-III	113	16 (3.1)	30 (2.0)	37
53-II	113	-5 (4.2)	39 (2.3)	47
56-III	126	2 (5.9)	47 (4.2)	67

EM : error medio; EMA : errores medio absoluto; ECM : error cuadrático medio (todos en m). Entre paréntesis y en cursiva se muestra el error estándar de la media.

En dicha tabla puede observarse que el error medio, EM, no es igual a cero. Las diferencias observadas pueden ser comprobadas estadísticamente mediante un test convencional para decidir la existencia o no de sesgos sistemáticos en las desviaciones. Los datos y resultados de esta prueba se presentan en la Tabla 4.2. De acuerdo con los resultados obtenidos, la hipótesis nula  $H_0:EM=0$  se rechaza con una probabilidad de error de Tipo I menor de 0.001 en el caso de la Hoja 14-III <sup>4</sup>. En esta zona parece que las altitudes están sistemáticamente sesgadas en el sentido de sobrevalorarlas en el modelo con respecto a la realidad. En las otras dos zonas, la hipótesis nula no se rechaza y, por lo tanto, puede suponerse un error medio nulo.

Figura 4.1.- Distribución de frecuencias para la pendiente en los modelos MDT200 (intervalos de 5°).

FIG4-1.AI

Tabla 4.2.- Comprobación de la existencia de sesgo en las desviaciones observadas en las áreas del MDT200 coincidentes con las Hojas 14-III (Gijón Oeste), 53-II (Sama) y 56-III (Sotres).

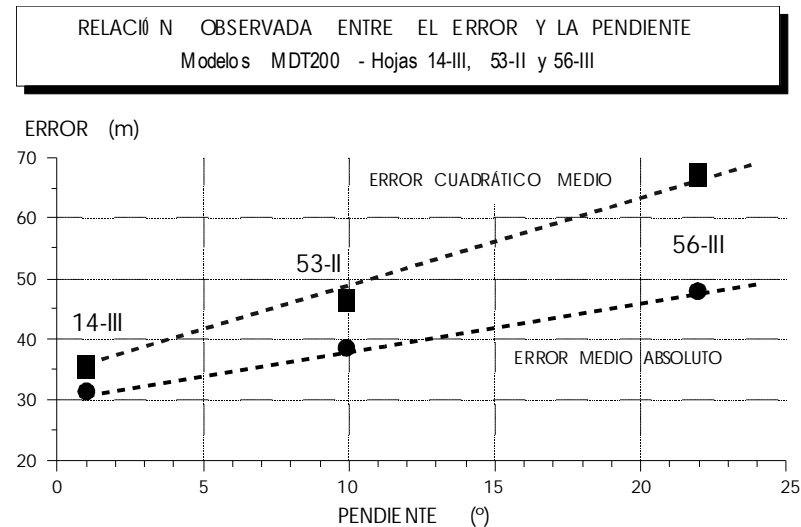
Hoja	EM	$s_d$	$t_s$	significación
14-III	15.7	33.3	5.0	P<0.001
53-II	-5.1	46.5	1.2	n.s
56-III	2.4	66.7	0.4	n.s.

EM : error medio;  $s_d$  : desviación estándar de las desviaciones; n.s.: no significativo

Puede observarse que, tanto el EMA como el ECM aumentan perceptiblemente con la pendiente media de la zona, circunstancia ya descrita por otros autores (Hutchinson, 1991:47). En la Figura 4.2. se representa la magnitud del error frente a la pendiente media para hacer más evidente la relación observada.

<sup>4</sup> La probabilidad de error de Tipo I se define como la de rechazar una hipótesis nula verdadera (Sokal y Rohlf, 1979:175)

Figura 4.2.- Relación observada entre el error y la pendiente media en los modelos MDT200.



El error observado en los MDE permite llamar la atención sobre la incertidumbre en la determinación de parámetros derivados. El caso de la pendiente es especialmente llamativo debido a su dependencia directa de los valores de altitud y a la existencia de modelos donde la división en clases se realiza de forma excesivamente pretenciosa. Supongamos dos puntos del MDE en los modelos anteriores, uno de ellos determinado sin error y el otro afectado por una desviación igual al EMA. El error cometido en el cálculo de la pendiente entre ellos es igual al arco tangente del EMA dividido por la distancia entre los datos, 200 m en este caso. Los valores resultantes son respectivamente de 8, 11 y 13° para las tres zonas consideradas, lo que, como mínimo, aconseja tomar con precaución los datos resultantes del análisis.

Se pueden obtener otros datos orientativos sobre este problema calculando el valor medio de la pendiente en la Hoja 100-II (Degaña), zona para la cual se dispone tanto del modelo MDT200 como del MDE100, este último con intervalos de 25 m entre los puntos y, presumiblemente, con menores valores de error debido a su origen (mapa topográfico con isohipsas cada 25 m). La pendiente media estimada para la zona a partir del MDT200 ha sido de 19° mientras que, a partir del modelo con mayor resolución, el resultado ha sido de 27°; la diferencia observada es, por tanto, de 8°.

### 4.3 Naturaleza y detección de los errores posicionales.

#### 4.3.1 4.3.1. El error derivado del proceso de digitalización.

Aunque los métodos de digitalización automática se han desarrollado cada vez con más perfección, ya se ha indicado que la digitalización manual de mapas sigue siendo el método más usual de creación de MDE en equipos de trabajo de pequeño y mediano tamaño. Este proceso ha sido reconocido como una importante fuente de error cartográfico (posicional en este caso) cuyas causas pueden dividirse en dos categorías, en función de su origen: *externas* y *operacionales*.

Las causas externas están relacionadas generalmente con la deformación de los documentos utilizados para la elaboración del MDE (mapas antiguos, en mal estado de conservación, referenciación geográfica deficiente o, simplemente, de mala calidad). Las inexactitudes de posición debidas a deformaciones del documento pueden rectificarse al menos parcialmente mediante un proceso global de corrección geométrica, capaz de modificar coherentemente la localización de las entidades cartografiadas para su ajuste a un sistema de proyección geográfico.

Los errores debidos a causas operacionales son propios de los procesos de digitalización y manipulación posterior de los datos. Así, el error introducido en el proceso de digitalización se debe básicamente a inexactitudes en la colocación del cursor del tablero sobre la curva de nivel. Se ha

propuesto que los errores derivados del operador son, al menos parcialmente, procesos no aleatorios dependientes de los puntos previamente introducidos (Keefer, 1988:477). El motivo es que el operador tiende a un trazado inercial de la línea rebajando o excediendo la trayectoria según su morfología. En el caso de la digitalización en modo continuo, la magnitud y dirección del error de un punto depende parcialmente de los de puntos digitalizados anteriormente.

En el caso de la digitalización punto a punto, se ha propuesto también que el error introducido puede ser aleatorio y no serialmente correlacionado. El motivo es que existe una pausa entre punto y punto, durante la cual el operador coloca con precisión el cursor sobre la línea. El tiempo entre puntos sucesivos es suficiente para eliminar la influencia de los factores humanos citados, por lo que el error en cada punto es independiente de los anteriores. Sin embargo, cuando el operador mantiene el cursor en continuo movimiento, pulsando secuencialmente, el modo punto a punto simula el modo continuo y el fenómeno de autocorrelación se hace significativo.

Otros errores básicamente diferentes tienen su origen en factores fisiológicos, que producen temblores o "picos", así como en errores lógicos en el seguimiento de las líneas<sup>5</sup> y en la identificación de puntos críticos.

Finalmente, puede definirse un *error de generalización*, derivado de la reducción de una línea curva a otra compuesta por pequeños segmentos rectilíneos entre los puntos digitalizados. El error de generalización tiende a reducirse cuando el número de puntos aumenta y se incrementa generalmente con la complejidad de la línea. Debido a la naturaleza fractal del terreno, el proceso de generalización es inevitable a cualquier esca-

---

<sup>5</sup> Los mapas utilizados son habitualmente complejos, con más información que la exclusivamente topográfica. En estas circunstancias son frecuentes los errores de identificación, continuando una curva de nivel por el trazado de un camino, río o cualquier otra estructura lineal susceptible de ser confundida, al menos localmente.

la de trabajo pero su magnitud puede limitarse, al menos en parte, mediante una selección correcta de los puntos críticos en la digitalización.

Tanto los errores de posición como los de generalización introducen un cierto grado de incertidumbre en la trayectoria de la línea. Esta incertidumbre puede representarse mediante una banda o "pasillo" que representa un entorno de probabilidad de la localización real de la curva de nivel alrededor de la línea digitalizada.

La banda de probabilidad suele denominarse *banda epsilon* y se construye en forma de pasillo de ancho  $\epsilon$  a cada lado de la línea (Veregin, 1989a:37). El valor de  $\epsilon$  depende de la magnitud del error en los puntos digitalizados. Los errores de digitalización pueden conducir no sólo a que las bandas epsilon de dos líneas vecinas se superpongan, sobre todo en terrenos de fuerte pendiente, sino a que lo hagan las propias líneas digitalizadas. El primer caso sólo plantea los problemas de la "difusión" de la línea, con el error implicado; el segundo puede suponer graves incoherencias en la estructura de los datos.

Los errores posicionales puntuales pueden ser detectados habitualmente durante el propio proceso de digitalización, por lo que son corregidos por el mismo operador. Sin embargo, el error inducido por la deformación global del documento fuente es un problema que no suele considerarse en la fase de captación de datos por lo que su tratamiento merece una atención especial.

#### 4.3.2 *El error debido a deformaciones del documento fuente.*

Este tipo de errores se deben a causas externas a los trabajos de digitalización o postproceso del modelo y, a diferencia de los tratados anteriormente, se trata de errores globales (no locales), que afectan a la totalidad de los datos del modelo.

En el caso de un modelo vectorial, digitalizado a partir de un mapa original, el origen del error reside en la distorsión general del mapa topográfico, debida principalmente a modificaciones dimensionales del soporte físico. En el caso de mapas impresos en soportes relativamente estables (poliéster o similares) el problema puede ignorarse. Sin embargo, la nece-

sidad de una referenciación geográfica de los datos aconseja realizar un estricto control de las dimensiones del problema ya que una geometría distorsionada impide utilizar el modelo en combinación con otro tipo de cartografía digital, así como garantizar una correcta referenciación geográfica de los datos.

La medida de este tipo de error puede realizarse con criterios estadísticos a partir de un conjunto de puntos de control previamente localizados con precisión. El problema se plantea básicamente como una transformación de coordenadas, desde un sistema original (deformado) a otro de referencia, cuyos valores se corresponden adecuadamente con un sistema de proyección geográfica.

El método de corrección se ejecuta en tres pasos: en el primero se establecen una serie de puntos de control cuya localización se conoce con exactitud en ambos sistemas de coordenadas; en el segundo paso se establecen unas funciones de transformación entre ambos sistemas, calculadas a partir de los puntos de control; finalmente, en el tercero, las funciones se aplican a la totalidad de puntos del modelo.

Las funciones de transformación suelen estimarse independientemente para las abscisas y para las ordenadas. Definiendo con el subíndice T a las coordenadas originales (tablero, por ejemplo) y con G a la finales (sistema de proyección), se tienen las siguientes expresiones generales:

$$X_G = Z_x(X_T, Y_T); Y_G = Z_y(X_T, Y_T).$$

En la mayoría de los casos, las funciones anteriores se estiman aplicando métodos estadísticos de los cuales el más utilizado es el de superficies de tendencia, en el que las funciones de combinación  $\zeta$  se calculan mediante regresión múltiple o ecuaciones polinómicas estimadas por el método de mínimos cuadrados. Se han propuesto funciones diferentes (Goshtasby, 1986, 1988) pero el método polinómico es habitualmente suficiente para distorsiones moderadas. La expresión general del mismo es:

$$X_G = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} a_{i,j} \cdot X_T^i \cdot Y_T^j \quad Y_G = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{k-i} b_{i,j} \cdot X_T^i \cdot Y_T^j$$

El grado del polinomio de ajuste es variable, desde 1 para transformaciones sencillas, que se limitan a operaciones de translación, rotación y cambio de escala, hasta grados superiores si la distorsión es de geometría más compleja. En el primer caso (transformaciones afines), las ecuaciones de transformación se reducen a un plano de regresión:

$$X_G = a_{00} + a_{10} \cdot X_T + a_{01} \cdot Y_T; Y_G = b_{00} + b_{10} \cdot X_T + b_{01} \cdot Y_T.$$

La aplicación de este método se realiza mediante el siguiente proceso:

1. Definición de un conjunto de puntos de control sobre el mapa, determinando sus coordenadas originales  $(x_T, y_T)$  y sus coordenadas en el sistema de proyección  $(x_G, y_G)$  que se desee utilizar. El número de puntos de control  $n$  para una transformación de grado  $k$  debe ser, como mínimo  $(k+1)(k+2)/2$ .
2. Estimación de las funciones de transformación entre ambos sistemas de coordenadas por el método de mínimos cuadrados:  $Z_x$  y  $Z_y$ .
3. Estimación del error cometido en la transformación: se realiza comparando las coordenadas introducidas como datos con las resultantes de aplicar las funciones de transformación sobre los mismos puntos. El error suele estimarse como error cuadrático medio, ECM, separable para las componentes  $x$  e  $y$ :

$$ECM_x = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (X_{G_i} - x_{G_i})^2}$$

$$ECM_y = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (Y_{G_i} - y_{G_i})^2}$$

4. Transformación de la totalidad de los datos del MDE mediante las funciones  $\zeta$ , lo que origina un nuevo modelo vectorial compatible geoméricamente con el sistema de proyección geográfica.



El límite aceptable para el error cuadrático de las componentes o para el error cuadrático medio debe fijarse en función de la aplicación a la que va destinado el MDE, así como de la escala de partida, primer determinante de la precisión geométrica de un modelo. En caso de errores excesivos deben examinarse individualmente los puntos de control para comprobar si existe alguno especialmente anómalo. Posteriormente, puede variarse el grado de la transformación para intentar mejores ajustes. De forma general, la transformación de primer grado sólo permite efectuar ajustes lineales por lo que, si el mapa está distorsionado, serán necesarias previsiblemente transformaciones de grado superior. El orden de éste tiene un límite operativo derivado de la precisión de los cálculos implicados en las operaciones matriciales necesarias.

#### 4.4 Detección de los errores atributivos en los MDE matriciales.

Los errores puntuales en los modelos matriciales pueden ser generados por causas diversas, incluso por los métodos automáticos de esteorecorrelación, que pueden tener problemas operativos debido al bajo contraste de las imágenes, a ambigüedades por la repetición de objetos por la existencia de texturas periódicas sobre el terreno (Hannah, 1981:63) e, incluso, por los reflejos solares sobre superficies de agua. Cuando los modelos se construyen por transformaciones de archivos vectoriales previos, los conflictos pueden originarse en errores preexistentes o en el comportamiento de los algoritmos de interpolación utilizados en zonas problemáticas.

Las operaciones de interpolación pueden introducir también desviaciones no aleatorias en el modelo digital. Un ejemplo de esto es el efecto de autocorrelación espacial producido al aplicar algoritmos de remuestreo e interpolación con intervalos excesivamente pequeños para los datos disponibles, dando al terreno un característico aspecto aterrazado (véase, por ejemplo, Jones, 1988:673; Chuvieco y Congalton, 1989:153-154).

Salvo en el caso anterior, la naturaleza de estos conflictos es típicamente local, es decir, se producen errores que sólo afectan a una pequeña fracción del área total. Por este motivo, las técnicas de detección suelen ser también locales y, en el caso de las comprobaciones de los valores de altitud, se basan generalmente en hipótesis sobre la continuidad en los valores de la pendiente (derivada primera de la altitud).

En los MDE de estructura matricial, la detección de errores en los valores de altitud se realiza generalmente mediante técnicas en las que un punto se comprueba usando los valores de los puntos más próximos. Estos se definen mediante una "ventana" superpuesta al modelo, que delimita una fracción del mismo. En general, las ventanas suelen ser cuadradas (incluyen la misma cantidad de filas y columnas) y simétricas (el punto problema se sitúa en el centro de la ventana, lo que implica una dimensión impar).

El más sencillo de los métodos utilizables para la localización de errores en los valores de altitud se basa en el cálculo de las diferencias de altitud entre el punto problema y sus vecinos. Estas diferencias se comparan con un valor máximo, decidido previamente en función de los valores previsibles de pendiente en la zona. Una sencilla estrategia para la detección rápida de puntos conflictivos dentro de una matriz de altitudes es la siguiente:

1. Dentro de la matriz se realiza un barrido por filas, donde para cada punto  $Z_{i,j}$  donde  $i$  es la fila y  $j$  la columna, se calculan las diferencias absolutas de altitud con el punto inmediatamente posterior:

$$d_z = |Z_{i,j} - Z_{i,j+1}|.$$

2. Este valor se compara con otro prefijado  $\delta_{\max}$  que se utiliza como valor máximo esperado de cambio de altitud en el modelo. La condición de error  $e$ , se asigna en función del resultado de esta comparación y adquiere, por tanto, el valor de verdadero o falso:  $e \leftarrow (d_z > d_{\max})$ .

Si en una línea sólo se detecta un valor conflictivo puede suponerse un punto de ruptura de pendiente. La detección de dos señales de alarma secuenciales es un indicador de que el punto implicado en ambos cálculos es probablemente erróneo (en el primero de ellos interviene como  $z_{i,j+1}$  y en el segundo como  $z_{i,j}$ ).

Esta prueba es probablemente la más elemental que puede aplicarse a un MDE matricial. Hannah (1981) propone pruebas más completas, basadas en el conjunto de los vecinos más próximos de cada punto, y utilizando tanto los valores de pendiente como los de cambio de pendiente. En ellas se utilizan valores umbral para ambos parámetros con el fin de detectar puntos conflictivos. El valor de  $\delta_{\max}$  puede estimarse a partir de un valor máximo de pendiente prefijado  $\gamma_{\max}$  y de la distancia entre filas y columnas,  $d$ :  $\delta_{\max} = d \cdot \tan \gamma_{\max}$ .

Estas pruebas, sin embargo, no tienen un valor estadístico, en el sentido de que no ofrecen una medida de verosimilitud o probabilidad para el valor de la cota sometida a prueba. Por ello, es conveniente desarrollar métodos alternativos que permitan obtener información complementaria. El método siguiente (Felicísimo, 1992:72-75) tiene tres propiedades de interés con respecto a los anteriores:

- se trata de un método objetivo, donde los umbrales de error se determinan mediante métodos estadísticos.
- la probabilidad de que un punto sea erróneo puede conocerse.
- los valores umbral se deducen de los datos propios del modelo, por lo que se adaptan a las características del relieve de la zona estudiada (con unos valores propios de pendiente, rugosidad, etc.).

La base del test reside en el análisis de las diferencias existentes entre dos valores de altitud para cada punto: la primera es la existente en el MDE (correcta o errónea) y la segunda es un valor estimado mediante un proceso de interpolación a partir de las cotas vecinas.

El proceso comienza calculando para cada punto del modelo un valor de altitud basado en sus vecinos más próximos. Los métodos de

interpolación serán tratados más adelante por lo que sólo merece la pena comentar que existe la posibilidad de usar variantes diversas. En este caso concreto es suficiente el método bilineal que, para un punto situado en la columna  $i$  y fila  $j$ , estima la altitud a partir de sus 4 vecinos más próximos mediante la expresión siguiente <sup>6</sup>:

$$\hat{z}_{i,j} = (z_{i,j-1} + z_{i,j+1} + z_{i-1,j} + z_{i+1,j})/4$$

La diferencia entre la cota del modelo y la cota estimada es:

$$d_{i,j} = \hat{z}_{i,j} - z_{i,j}$$

El proceso se realiza para el total de puntos  $n$  del modelo digital de elevaciones de forma que se obtiene una media de las diferencias:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i,j} d_{i,j}$$

y una desviación estándar de las diferencias:

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i,j} (d_{i,j} - \bar{d})^2}$$

los valores anteriores definen la función de distribución de las diferencias, una distribución de Gauss  $\mathbf{N}(\bar{d}, s_d)$  que permite realizar un test de significación para los valores individuales  $d_{i,j}$ . Con este test se puede aceptar o rechazar la hipótesis de que el valor individual de desviación observado pertenece a la población de desviaciones. Para ello se utiliza un test de la  $t$  de Student, que debe realizarse para cada punto del modelo calculando el valor del estadístico mediante la expresión:

---

<sup>6</sup> Esta expresión es una simplificación del método bilineal solamente válida para el caso particular de cuatro datos equidistantes del punto problema.

$$t_{i,j} = \frac{d_{i,j} - \bar{d}}{S_d}$$

El valor anterior se considera una desviación tipificada y se compara su magnitud con el valor tabulado  $t_{\alpha}[\infty]$  (como el número de datos del modelo digital será habitualmente muy elevado, se considera equivalente a  $\infty$ ). El modelo digital constituye la población, por lo cual los valores que definen la distribución pueden considerarse parámetros poblacionales y no estadísticos muestrales.

La probabilidad de error de Tipo I puede definirse con el fin de detectar solamente las diferencias muy significativas. Consecuentemente, la condición de error vendrá dada, por ejemplo, por  $e \leftarrow |t_{i,j}| \geq t_{10^{-6}}[\infty]$ . La hipótesis nula es  $H_0: d_{i,j} = \bar{d}$  y la alternativa  $H_1: d_{i,j} \neq \bar{d}$ .

La localización de puntos con un valor de  $t$  significativamente elevado no implica necesariamente un error de cota pero es un buen indicador de alarma. El criterio de selección de puntos conflictivos tiene en cuenta las características particulares de cada MDE pues los estadísticos de contraste se calculan a partir de su estructura real.

Figura 4.3.- Simulación en relieve una zona del modelo MDT200 del Instituto Geográfico Nacional donde puede observarse una depresión debida a cuatro cotas erróneas. Este tipo de errores es difícil de detectar mediante el análisis visual de diagramas-bloque o vistas en perspectiva, mientras que los "picos" pueden verse con más facilidad. Esta circunstancia recomienda el uso de métodos estadísticos para la revisión de los MDE, en lugar de inspecciones meramente visuales.

FIG4-3.TIF

## 4.5 Corrección de los MDE matriciales.

La fase de detección de errores viene seguida lógicamente por la de corrección, donde el dato erróneo debe ser rectificado. En el caso de modelos vectoriales, este proceso podría limitarse ocasionalmente a la eliminación del dato sin pérdida apreciable de información. En los MDE matriciales, al contrario, es necesario sustituir el valor erróneo por el correcto ya que no es aceptable la existencia de huecos en la matriz.

La corrección de errores de naturaleza local puede realizarse manual o automáticamente. En la primera se introduce el dato correcto, una vez detectado el lugar conflictivo y contrastado su valor en una fuente de datos fiable, mediante un editor adecuado. La corrección automática usa algoritmos para estimar un valor aceptable (aunque no real) que sustituya al dato erróneo. La sustitución manual es, obviamente, el método idóneo ya que incorpora un dato correcto al modelo, mejorando la información. Sin embargo, la sustitución automática puede resultar útil en algunos casos, en los que se considere excesivamente trabajosa la labor de edición manual. Los métodos de sustitución usan algoritmos de interpolación que obtienen un valor coherente derivado del contexto del punto problema. El objetivo es conseguir que las pruebas de detección de errores, en una posterior ejecución, den de paso el nuevo valor y no lo consideren conflictivo, como se ha mostrado en el apartado anterior.

El planteamiento del problema es, de nuevo, una operación de interpolación: dada una matriz de datos, existe un hueco (dato erróneo) cuyo valor es necesario estimar, para lo cual se usará la información de su entorno inmediato. Como en los casos mencionados anteriormente, las operaciones de interpolación pueden adoptar formas diferentes aunque, en esta ocasión, debe tenerse en cuenta que los datos no están distribuidos irregularmente, sino que su posición es conocida y el acceso es inmediato. Esta circunstancia permite operar de manera diferente al caso de las transformaciones vector-*raster*, eliminando las operaciones de búsqueda y selección.

La opción más sencilla es la interpolación en función inversa de la distancia, tomando como referencia los puntos más próximos. La formulación general de interpolación para un dato  $z_{i,j}$  a partir de  $n$  puntos vecinos ya ha sido mostrada en el capítulo anterior, por sólo comentaremos que la simplicidad del método bilineal se compensa con el resultado menos realista que el que puede obtenerse aplicando métodos algo más complejos. En este sentido, se ha propuesto un amplio conjunto de funciones interpolantes: funciones polinómicas, *B-splines*, curvas de Bézier, etc. (pueden encontrarse revisiones en Harrington, 1988 o Ruckdeschel, 1981). Sin embargo, algunas de ellas no pueden replicar los datos exactamente (la curva o superficie interpolada no pasa por los puntos usados como datos), cuestión importante en el caso de las presentes aplicaciones.

Entre los numerosos métodos de interpolación posibles, el método de Neville representa una alternativa equilibrada entre la simplicidad de cálculo y la calidad del resultado, cuyos fundamentos pueden encontrarse descritos claramente en Press *et al.* (1988:81). El método se aplica, en este caso concreto, realizando dos operaciones de interpolación, en la fila y en la columna del punto problema, respectivamente. Para su aplicación, puede encontrarse un algoritmo sencillo en Felicísimo (1992:82-83).

El otro es una adaptación del *kriging* al caso particular que nos ocupa, con datos regularmente espaciados. El *kriging* aplicado a este caso es relativamente simple ya que, utilizando los 8 vecinos más próximos al punto problema, sólo es necesario calcular y utilizar dos coeficientes. El primero es el correspondiente a la distancia existente a los 4 vecinos más

próximos (un intervalo entre filas o columnas) y el segundo se aplica a los datos situados en diagonal (el intervalo anterior multiplicado por 1.414, la raíz cuadrada de 2).

Los métodos mencionados son suficientes para el caso concreto de obtener un dato de "relleno" en un MDE. No debe perderse de vista que el objetivo es exclusivamente evitar una labor de edición manual, pero que el dato no añada información adicional ya que se deriva de las cotas de su entorno. Una descripción de algoritmos de funciones interpolantes bastante completa, tanto para curvas planas como para la generación de superficies, puede encontrarse en Rogers y Adams (1976); en Bernstein (1983:896) se propone un método de convolución cúbica de sencilla aplicación.

## 5 DESCRIPCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DEL RELIEVE

Puede considerarse que, a grandes rasgos, el modelo digital de elevaciones contiene información de dos formas diferentes. La primera se da de forma explícita, es decir, mediante los propios datos contenidos en el modelo. La segunda es una información implícita, en el sentido de que intervienen las relaciones espaciales entre los objetos o datos, relaciones que pueden considerarse incluidas en el modelo del mismo modo que los propios datos <sup>7</sup>.

Ambos tipos de información, aunque complementarios, permiten obtener datos de diferente carácter. Del primer tipo se derivan los descriptores de carácter global como, por ejemplo, los estadísticos básicos del modelo (media, varianza, etc.) o la dimensión fractal. Estos descriptores están destinados a dar una información sintética sobre el terreno y, al resumir características generales, pudiera darse el caso de que modelos diferentes puedan coincidir en sus valores. El segundo tipo de información se utiliza sobre todo para construir modelos derivados que dan cuenta de nuevas variables topográficas (pendiente, rugosidad, etc.). Para ello se utiliza la información estructural implícita en el modelo digital y, por tanto, en las relaciones topológicas de los datos. En este caso las operaciones implicadas suelen ser de ámbito local, es decir, se usan los datos de un entorno limitado de cada punto. Los resultados son también de vali-

dez local y suelen ser asignados a cada punto del MDE, creando nuevos modelos digitales con la misma estructura que el original.

Ambos tipos de información pueden utilizarse conjuntamente para caracterizar el relieve de acuerdo con criterios objetivos. Dado que los procesos geológicos externos dejan una huella morfológica sobre las áreas afectadas, la descripción de esta morfología, su análisis y el estudio de los procesos que la han originado pueden encontrar en los MDE un instrumento de enorme utilidad. Para mostrarlo, se describirán en primer lugar los métodos de cálculo de los descriptores globales para, posteriormente, pasar a los descriptores locales y a la construcción de los modelos derivados. Finalmente, se harán algunas propuestas sobre el uso de esta información para realizar clasificaciones de las formas del relieve.

### 5.1 Descriptores estadísticos globales.

Tanto el MDE como los modelos derivados son susceptibles de ser tratados estadísticamente para concretar sus distribuciones y parámetros específicos. En este sentido, es obligatorio tener en cuenta una circunstancia que, aunque obvia, no suele ser tenida en cuenta: entre las variables que van a ser tratadas se encuentran algunas cuya distribución es circular como, por ejemplo, la orientación. Obviamente, su tratamiento debe ser diferente del de las variables lineales por lo que diferenciaremos ambos casos en los siguientes apartados.

#### 5.1.1 Estadísticos básicos para variables lineales.

En el caso de las variables lineales, una descripción estadística básica debe incluir, al menos, los siguientes parámetros: valores mínimo y máximo, rango, media aritmética, varianza, desviación estándar, mediana y distribución de frecuencias.

Denominando  $z$  a la variable analizada, la formulación de la media aritmética ( $\bar{z}$ ) y de la varianza ( $S_z^2$ ) es la siguiente:

<sup>7</sup> Schaefer (1977:75), en el contexto de los mapas convencionales, hace notar que los mapas están contruidos mediante isomorfismos espaciales, base de buena parte de los métodos de análisis geográfico, que reflejan directamente no sólo las características que se desea correlacionar sino las propias correlaciones.

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n z_i$$

$$s_z^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$$

donde  $n$  es el número de datos del modelo. Obviamente, la desviación estándar se deriva directamente de la varianza y el rango, de los valores mínimo y máximo. Aunque se ha utilizado la notación correspondiente a estadísticos muestrales, cabe recordar que el modelo puede ser considerado como la propia población. En este sentido, la operación realizada es un censo y, por tanto, los estadísticos obtenidos son los poblacionales o parámetros, que no se estiman mediante una operación de muestreo sino que se evalúan directamente. Sólo podría hablarse de un muestreo en el caso de realizar una selección dentro del modelo para calcular los estadísticos, proceso habitual cuando el número de datos es muy elevado.

El cálculo de los estadísticos básicos en el caso de los MDT presenta un problema especial, derivado del elevado número de datos implicado en las operaciones. Si se intenta, por ejemplo, calcular la varianza mediante una transcripción directa de la expresión anterior, es muy probable que se produzca un error de desbordamiento en el programa debido a que la suma de los cuadrados de las desviaciones se hace excesivamente grande. Por este motivo deben utilizarse fórmulas alternativas que son ventajosas para el cálculo automático, como, por ejemplo, la siguiente para la varianza (Sokal y Rohlf, 1979:69):

$$s_z^2 = \frac{1}{n} \cdot \left[ \sum z_i^2 - \frac{(\sum z_i)^2}{n} \right]$$

La variante anterior reduce los errores de redondeo (Lebart *et al.*, 1985:79) y permite realizar el cálculo con una sola lectura de los datos (en

vez de calcular primero la media aritmética para, en una segunda fase, usar su valor para el cálculo de la varianza).

El cálculo de la mediana plantea asimismo un problema especial derivado del número de datos: si no se realiza una agrupación en clases, es necesario efectuar una ordenación general de los datos para localizar el valor que divide la distribución de frecuencias en dos partes iguales. Los algoritmos para ordenación son muy eficaces pero, a pesar de todo, la operación puede ser prácticamente imposible en el caso de modelos de grandes dimensiones. En estos casos es conveniente realizar una agrupación de los datos, a partir de la cual el cálculo de la mediana es mucho más sencillo.

La agrupación de los datos de un MDT no plantea problemas especiales ya que sólo es necesario definir los límites de las clases para, posteriormente, asignar cada dato a la que le corresponde. Las clases pueden definirse a partir del rango de valores y de un número de clases prefijado o bien pueden estar predefinidas para facilitar la comparaciones entre modelos diferentes (por ejemplo, con intervalos de 50 ó 100 metros en los MDE).

En el primer caso, llamando NCL al número de clases, el intervalo de clase será  $\text{INTERCLAS} \leftarrow (\text{ZMAX} - \text{ZMIN}) / \text{NCL}$ ; el límite inferior de la clase I es  $\text{LMIN}[I] \leftarrow \text{ZMIN} + (\text{INTERCLAS} * (I-1))$ ; el límite superior de una clase se deduce de forma similar:  $\text{LMAX}[I] \leftarrow \text{ZMIN} + (\text{INTERCLAS} * I) - P$ , donde P es el valor de resolución del modelo para las altitudes. En el segundo caso (intervalos de clase predefinidos), la clase a la que pertenece un dato Z viene dada por la expresión  $\text{TRUNC}(Z / \text{INTERCLAS}) + 1$ . Obviamente, también es posible plantear unos límites de clase no regulares, donde la variable sigue una secuencia geométrica, exponencial, etc. Este procedimiento puede ser adecuado en algunos casos como, por ejemplo, la pendiente, donde un reparto irregular puede tener un significado funcional más preciso que intervalos constantes.

A partir de una distribución de frecuencias es posible recalcular con facilidad los estadísticos básicos con una pérdida de precisión inapreciable debido al elevado número de datos que suelen formar un MDT. En el

caso concreto de la mediana, el método de cálculo a partir de la distribución de frecuencias se basa en el cálculo de las frecuencias acumuladas "directas" e inversas para cada clase, sin necesidad de efectuar una ordenación caso a caso (ver Sokal y Rohlf, 1979:58).

La Figura 5.1 muestra el modelo digital de elevaciones de Asturias (procedente del MDT200), representado mediante una codificación de valores de gris proporcional a la altitud (negro las zonas más bajas y blanco las más elevadas). La Figura 5.2 presenta los resultados del cálculo de los estadísticos básicos para este MDE.

Figura 5.1.- Modelo digital de elevaciones de Asturias. Este modelo ha sido elaborado uniendo los modelos parciales del Instituto Geográfico Nacional (MDT200). El límite de Asturias fué digitalizado manualmente y utilizado como borde para efectuar una operación de recorte en el MDE. Los valores de altitud se ha codificado en una escala desde el negro (nivel del mar, en la línea de costa) hasta el blanco (2648 m, en la Torre de Cerredo, Picos de Europa). El modelo final está inscrito en un rectángulo de 417 filas y 1083 columnas, cuyo vértice superior izquierdo se sitúa en las coordenadas X=161200, Y=4838400 (sistema UTM, huso 30).

FIG5-1.TIF

Figura 5.2.- Estadísticos básicos y distribución de frecuencias del modelo digital de elevaciones de Asturias (MDT200). Las altitudes se han agrupado en clases de 50 m. Puede observarse que las clases entre los 100 y los 900 m se escalonan alternativamente formando dientes de sierra y sin seguir una secuencia progresiva. Esta circunstancia tener alguna relación con las características del mapa topográfico origen del MDT200, cuyas curvas de nivel están distribuidas con intervalos de 100 m.

FIG5-2.AI

### 5.1.2 Estadísticos básicos para variables circulares.

Algunos modelos digitales del terreno incluyen variables con una escala por intervalos que sigue una distribución circular y cuyo origen o punto cero está fijado arbitrariamente. El caso más evidente en los MDT es la orientación del terreno, donde no puede decirse, por ejemplo, que un punto orientado al Este ( $90^\circ$ ) tenga un valor de orientación "superior" a otro orientado al Nordeste ( $45^\circ$ ). Asimismo, definir el Norte como origen de una escala creciente en el sentido de giro de las agujas del reloj es puramente convencional<sup>8</sup>. La aplicación de métodos estadísticos inapropiados puede conducir a errores y resultados paradójicos como, por ejemplo, que la media de  $1^\circ$  y  $359^\circ$  (dos orientaciones al Norte), resulte ser  $180^\circ$ .

Las variables circulares necesitan, por tanto, unos métodos estadísticos específicos que, en sus aspectos básicos, no son más dificultosos que los métodos clásicos. Estos métodos tratan las variables circulares como magnitudes vectoriales, es decir, cuando decimos que un punto está orientado al Nordeste, estamos asignando a dicho punto un vector unidad orientado hacia los  $45^\circ$ . La estadística circular realiza la mayor parte de sus tratamientos usando las coordenadas rectangulares de estos datos vectoriales. Estas coordenadas se determinan directamente mediante operaciones trigonométricas elementales. Para un punto  $i$  con orientación  $\phi_i$ :

$$x_i = \text{sen } \phi_i; y_i = \text{cos } \phi_i$$

donde el eje X se hace coincidir con la dirección Este-Oeste y el Y con la Norte-Sur y el origen se fija en el Norte (esta notación, como cualquier otra alternativa, es esencialmente arbitraria, por lo que las expresiones pueden variar entre diferentes autores).

En las variables circulares es sencillo el cálculo de al menos tres estadísticos básicos: la dirección media, el rango de variación y la dispersión de los datos (estimada mediante un estadístico de varianza o desviación

<sup>8</sup> En matemática es mucho más habitual fijar el origen de las escalas angulares en la posición Este con magnitudes crecientes en sentido levógiro.

circular). La dirección media de un conjunto de  $n$  datos ( $\bar{f}$ ) coincide con la dirección del vector resultante de la suma vectorial de los datos. Éste queda definido por las coordenadas rectangulares  $x_t$  e  $y_t$  suma de los  $n$  datos:

$$x_t = \sum_{i=1}^n \text{sen} f_i ; y_t = \sum_{i=1}^n \text{cos} f_i$$

A partir de estos componentes, es posible calcular directamente la orientación del vector suma mediante la función arco tangente:

$$\bar{f} = \tan^{-1} \frac{x_t}{y_t}$$

En cuanto a los estadísticos de dispersión, y de forma similar a las variables lineales, es posible definir un rango de variación para los datos angulares. El rango, dado en unidades angulares, coincide con el arco de menor magnitud que engloba la totalidad de los datos. De esta forma, un rango de  $15^\circ$  implica una agrupación mayor que uno de  $45^\circ$ . Otra alternativa complementaria es utilizar el módulo del vector suma,  $R$ , como una medida de la dispersión de los datos angulares:

$$R = \sqrt{x_t^2 + y_t^2}$$

En efecto,  $R$  puede variar entre 0 para una dispersión total donde los vectores se anulan entre sí, hasta  $n$  cuando todos los datos tienen la misma orientación y la dispersión es nula (con un rango de variación de  $0^\circ$ ). Cuando  $R$  tiene un valor nulo, no es posible asignar un valor de orientación media y ésta queda sin definir. Es conveniente normalizar el valor de  $R$  dividiéndolo por el tamaño muestral con el fin de hacerlo independiente del número de datos:  $\bar{R} = R/n$ . El nuevo estadístico se distribuye consecuentemente entre un valor mínimo de 0 y un máximo de 1.

Han sido propuestas varias medidas de dispersión basándose en el valor normalizado  $\bar{R}$ , como la *desviación angular*,  $s_d$  (Zar, 1984:431) y la

*desviación circular estándar*,  $s_c$  (Mardia, 1972:24), cuyas expresiones son las siguientes:

$$s_d = \sqrt{2 \cdot (1 - \bar{R})}; s_c = \sqrt{-2 \cdot (\ln \bar{R})}$$

Los resultados de ambas expresiones deben interpretarse en radianes. Al variar el valor de  $\bar{R}$  en el rango 0-1, las expresiones anteriores tienen valores limitados entre un mínimo de 0 para ambas (dispersión nula) y máximos de infinito para  $s_d$  y 1.414 para  $s_c$  (equivalente a unos  $81^\circ$ ).

Cabe indicar, para finalizar este apartado, que las variables circulares tienen distribuciones estadísticas propias, sólo ocasionalmente relacionadas con las características de las variables lineales. Entre ellas pueden destacarse la distribución circular uniforme y la distribución de von Mises. La primera representa una situación en la que los datos se distribuyen sin una orientación preferente y donde la probabilidad de que un dato se encuentre en un rango determinado depende exclusivamente de la amplitud angular de éste. Puede esperarse que el valor del estadístico  $\bar{R}$  sea muy bajo, aunque no necesariamente nulo.

La distribución de von Mises es, en cierta forma, la equivalente a la de Gauss en estadística lineal ya que representa una situación donde existe una orientación preferente y presenta características estrechamente ligadas a la anterior, por lo que también suele denominarse "distribución circular normal". La distribución es simétrica, unimodal y está descrita por dos únicos parámetros: la orientación media y un parámetro de dispersión (habitualmente representado por  $\kappa$ ). Como sería esperable, la mínima probabilidad de la distribución se presenta para la orientación opuesta a la media, es decir, existe una "antimoda" con un valor de  $\bar{f} \pm p$  radianes. También es posible la adaptación de esta distribución a aquellas situaciones en las que existe una dirección axial preferente y la distribución resultante es bimodal con valores opuestos (Upton y Fingleton, 1989:231).



### 5.1.3 La dimensión fractal como descriptor de los MDE.

Los parámetros calculados según los métodos anteriores suelen ser suficientes para una descripción estadística convencional de un modelo digital. Sin embargo, las posibilidades de proceso numérico de los datos permite avanzar hacia descriptores globales de diferente naturaleza. La *dimensión fractal*, definida por Mandelbrot (1967) es uno de los que han ido tomando forma progresivamente, ocupando un lugar en la modelización de la topografía, especialmente en lo que se refiere a la visualización realista del relieve (Jeffery, 1987).

La mayoría de los objetos geométricos pueden ser descritos de forma completa mediante pocos parámetros. La consecuencia más interesante para nosotros es que su representación mediante modelos puede realizarse sin pérdida de información mediante un número limitado de datos, es decir, son *replicables*.

En cambio, muchos objetos reales, entre los cuales se cuentan las superficies topográficas, sólo pueden representarse mediante modelos con una pérdida obligatoria de información, más o menos importante en función de la *generalización* del modelo. Una buena parte de la investigación sobre las alternativas estructurales de los MDT, presentadas en los apartados anteriores, se debe al intento de hacer mínima la pérdida de información manteniendo el conjunto de datos necesario para ello dentro de tamaños razonables.

Esta circunstancia se debe a la imposibilidad de descomponer estos objetos en formas geométricas simples que los representen con absoluta fidelidad (su réplica exigiría teóricamente un conjunto de datos ilimitado). Estos objetos tienen algunas propiedades en común, entre las cuales está la ser autosimilares, es decir, que su apariencia y propiedades (estadísticas y topológicas) permanecen constantes, independientemente de la escala del análisis (o, al menos, dentro de un rango amplio de escalas).

Una línea de costa, ejemplo conocido pero que no ha dejado de ser interesante, es un objeto con esas características. Supuesto un mapa que representa una línea de costa elegida al azar, es difícil deducir sólo de su apariencia la escala del mismo. Esta circunstancia ilustra el concepto de

autosimilaridad mencionado anteriormente y los objetos que la poseen han sido denominados "escalantes" (Mandelbrot, 1984).

La segunda propiedad de los objetos mencionados aparece cuando se intentan medir, determinando, por ejemplo, la longitud o la superficie de un elemento topográfico.

La longitud de una línea de costa puede ser medida sumando la de un conjunto de segmentos-unidad, rectilíneos, adyacentes, iguales y superpuestos a la misma (es decir, teselándola con pequeños segmentos). La longitud estimada es igual a la longitud de un segmento multiplicada por el número de ellos necesario para cubrir toda la costa, desde un punto origen a un punto final. Steinhaus (1954:8) fué el primero que mostró que el resultado del proceso es dependiente de la longitud de los segmentos-unidad, de forma que la longitud de la costa crece cuando la medida se realiza con unidades menores.

La importancia de la "paradoja de Steinhaus" en el campo de los MDT es obvia, ya que una línea de costa no es conceptualmente diferente a una curva de nivel o a un perfil topográfico. La influencia de la escala de medida en la longitud de las líneas es generalizable en el sentido de que también las áreas son afectadas por el mismo fenómeno. Debido a ello, puede afirmarse que cualquier modelo, digital o analógico, ofrecerá resultados dependientes de la escala de medida utilizada y del grado de generalización (Maling, 1968:155). En este mismo sentido, las medidas realizadas sobre un modelo serán tanto más reales como menor pérdida de información haya implicado el proceso de generalización realizado para construirlo.

La dependencia entre los resultados y la escala de medida puede establecerse mediante un parámetro denominado dimensión de Hausdorff-Besicovich,  $D$ , que puede definirse de la forma siguiente:

$$L_g = k \cdot g^D$$

donde  $k$  es una constante de proporcionalidad,  $g$  es la unidad de medida (por ejemplo, longitud de los segmentos-unidad usados para medir la costa) y  $L_g$  el resultado de la medición.

El término *dimensión fractal* se aplica a cualquier función para la cual la dimensión  $D$  excede la dimensión topológica (0 para los puntos, 1 para las líneas, 2 para superficies, etc.) y suele representarse también mediante  $D$ . El interés de la aplicación de la dimensión fractal a los MDE reside en que es un índice de la intensidad del relieve; así, en el caso de una superficie, la rugosidad es muy baja cuando  $D$  está próximo a 2, aumentando progresivamente hasta el valor de 3 en el caso de una superficie teórica infinitamente irregular (Clarke, 1988:176).

El cálculo de la dimensión fractal de un objeto puede realizarse de varias formas. La más sencilla es realizar dos medidas con unidades de diferente tamaño,  $g_1$  y  $g_2$ , con lo cual se obtendrán dos resultados,  $L_1$  y  $L_2$ . La dimensión fractal,  $D$ , en el caso de una línea, puede estimarse mediante la expresión siguiente (Goodchild y Mark, 1987:266):

$$D = \frac{\log(N_2/N_1)}{\log(g_1/g_2)}$$

donde  $N_i$  es el número de pasos de longitud  $g_i$  necesarios para tesar la línea ( $N_i = L_i/g_i$ ).

Es decir,  $D$  es la pendiente de la recta de regresión entre los logaritmos de ambas variables. En el caso de un MDE puede utilizarse un método equivalente, midiendo el área resultante con diferentes intervalos entre los datos. Los valores para superficies reales se encuentran aproximadamente en el rango de 2.4 a 2.1 (Goodchild y Mark, 1987:270).

Otro método de estimación de  $D$ , equivalente al anterior pero que aporta más información sobre el análisis, es el cálculo del coeficiente de regresión usando más de dos pares de valores unidad-longitud o unidad-superficie. El ajuste de los pares de valores a la recta permite conocer el grado de autosimilaridad del elemento a diferentes escalas.

## 5.2 Construcción de los modelos derivados.

Como se ha indicado al principio del capítulo, a partir de los MDE es posible contruir un conjunto de modelos digitales que representan variables derivadas directamente de la topografía (datos y relaciones topológicas entre los mismos), sin intervención de datos auxiliares o información externa.

De las principales variables implicadas en estas aplicaciones, la de uso más general es probablemente la *pendiente*, aunque también son usadas con frecuencia en geomorfología la *orientación* y la *curvatura* (Weibel y Heller, 1991:283). Franklin y Peddle (1987:294) mencionan cinco parámetros básicos en este contexto: elevación, pendiente, orientación, convexidad y relieve. El relieve, definido en este caso como la variabilidad de la superficie, es lo que otros autores denominan *rugosidad*. En Mark (1975) puede encontrarse una revisión del estado del tema en los momentos previos al tratamiento informático, donde se analizan las relaciones entre diversos parámetros mediante análisis de correlación.

En las páginas siguientes se presentarán métodos simples de construcción de modelos derivados a partir de MDE matriciales. Para ello se comenzará, sin embargo, por la definición del gradiente topográfico, un concepto básico de interés para gran parte de los cálculos posteriores.

Los resultados de las formulaciones se mostrarán mediante su aplicación al modelo digital de elevaciones del valle de Degaña (MDE100). La Figura 5.3 muestra una representación gráfica del mismo realizada codificando los valores de altitud mediante una correspondencia con niveles de gris. De esta forma, la escala de altitud queda representada desde el negro para los valores más bajos, hasta el blanco para las mayores elevaciones. Las características del modelo quedan reflejadas en la Figura 5.4, donde aparece la distribución de frecuencias para la altitud.

Figura 5.3.- Representación gráfica del modelo de elevaciones del valle de Degaña. Debido al método de representación, las zonas más bajas quedan representadas en negro y las más elevadas en blanco. Puede observarse claramente el valle del río Ibias que, circulando de Este a Oeste, forma una marcada curva en el cuadrante superior izquierdo. En la parte superior derecha del modelo aparece el valle de Hermo, cabecera del río Narcea. Ambos valles están separados por la sierra de Degaña, cuya cumbre más importante es el Pico los Gallos de 1866 m.

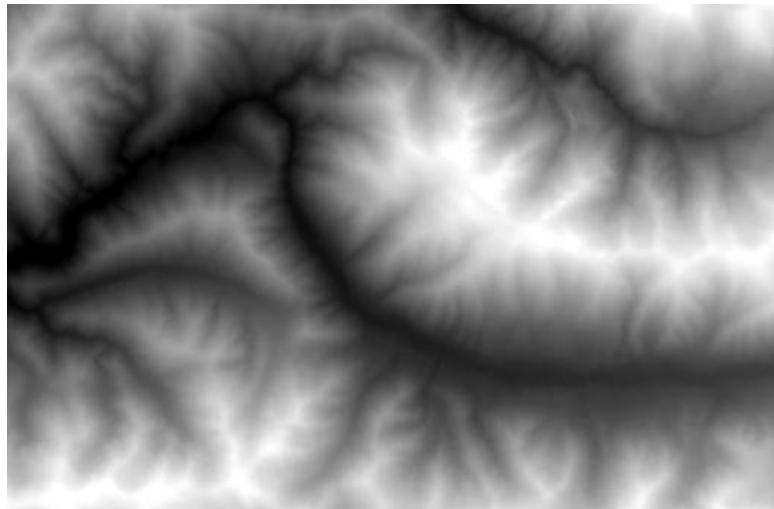


Figura 5.4.- Distribución de frecuencias de las elevaciones en el modelo del valle de Degaña (intervalos de 50 m).

### 5.2.1 El gradiente topográfico.

En un modelo digital de elevaciones, la altitud en el entorno inmediato de un punto puede describirse de forma aproximada mediante un plano de ajuste, cuya expresión es:

$$Z = a_{00} + a_{10} \cdot X + a_{01} \cdot Y$$

Se deduce directamente que los coeficientes  $a_{10}$  y  $a_{01}$  representan las derivadas primeras de la altitud con respecto a los ejes X e Y:

$$a_{10} = \frac{\partial Z}{\partial X}; a_{01} = \frac{\partial Z}{\partial Y}$$

Los coeficientes mencionados pueden representarse mediante vectores definidos por los valores de las componentes para el eje X, eje Y y eje Z:

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \partial X \\ 0 \\ \partial Z \end{bmatrix}; \vec{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ \partial Y \\ \partial Z \end{bmatrix}$$

Dado que el producto vectorial de dos vectores tiene como resultado otro vector perpendicular a ambos, el producto  $\vec{v} \times \vec{w}$  nos define un vector,  $\vec{P}$ , perpendicular al plano que los contiene y, por tanto, a la superficie topográfica a la cual se ajusta. El producto vectorial, eliminando los términos nulos, dividiendo todos los términos por  $\partial x \cdot \partial y$  y simplificando, es el siguiente:

$$\vec{P} = \vec{v} \times \vec{w} = \begin{bmatrix} -\partial Z \cdot \partial Y \\ -\partial X \cdot \partial Z \\ -\partial X \cdot \partial Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\partial Z / \partial X \\ -\partial Z / \partial Y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{10} \\ -a_{01} \\ 1 \end{bmatrix}$$

El vector  $\vec{P}$  se denomina *gradiente* de z en el punto (x,y) (Santaló, 1964:90). El uso de los valores del gradiente va a mostrarse especialmente útil en el cálculo de los modelos derivados, así como en la ejecución de otras modelizaciones más complejas.

En las aplicaciones sobre MDE matriciales, las estimaciones de los coeficientes del gradiente se realizan mediante operadores que se aplican sobre un entorno definido del punto problema (habitualmente los 4 vecinos más próximos). Para un punto situado en la fila  $i$ , columna  $j$ , donde  $d$  es la distancia entre filas y columnas, los valores se calculan a partir de los cambios de altitud entre puntos vecinos. La opción más simple utiliza las expresiones siguientes:

$$a_{10} = \frac{Z_{i,j+1} - Z_{i,j-1}}{2 \cdot d}; a_{01} = \frac{Z_{i-1,j} - Z_{i+1,j}}{2 \cdot d}$$

Sobre el cálculo empírico del gradiente en los MDE, Jones *et al.* (1988:674) llaman la atención sobre la relación existente entre los valores del gradiente y la precisión de los datos de altitud. Es posible, en efecto, que si el MDE ha sido construido a partir de un modelo vectorial poco resolutivo (con curvas de nivel excesivamente espaciadas y pocos datos de apoyo en zonas conflictivas), las operaciones posteriores de interpolación produzcan una distribución de valores de  $a_{10}$  y  $a_{01}$  con claras discontinuidades.

La discretización de las distribuciones del gradiente se manifiesta en la práctica mediante una apariencia aterrazada muy llamativa de los modelos derivados (ver, por ejemplo, Jones *et al.*, 1988:673; Chuvieco y Congalton, 1989:153; Hinse *et al.*, 1988:124). Para reducir el error derivado de la posible discretización de las distribuciones del gradiente, Jones *et al.* (1988:674) recomiendan el uso de los 8 datos más próximos al punto problema:

El cálculo de los coeficientes se realiza en este caso mediante operadores de dimensión [3x3], denominados operadores de Prewit y de Sobel (James, 1988:45). El operador de Prewit coincide con el método propuesto por Sharpnack y Akin (1988:248) y utilizado en el sistema de información geográfica Erdas (Erdas, 1991:15) y responde a las expresiones siguientes:

$$a_{10} = \frac{(Z_{i-1,j+1} + Z_{i,j+1} + Z_{i+1,j+1}) - (Z_{i-1,j-1} + Z_{i,j-1} + Z_{i+1,j-1})}{6 \cdot d}$$

$$a_{01} = \frac{(Z_{i-1,j-1} + Z_{i-1,j} + Z_{i-1,j+1}) - (Z_{i+1,j-1} + Z_{i+1,j} + Z_{i+1,j+1})}{6 \cdot d}$$

Los modelos matriciales tienen una estructura especialmente adecuada para manejar estas formas de expresión y los cálculos se llevan a cabo mediante operaciones locales poco complejas. Sin embargo, en los bordes del modelo se necesitan tratamientos especiales (Dozier y Strahler, 1983:963). Si se trata de la primera fila o columna de un MDE se utilizan las siguientes expresiones:

$$a_{10|j=1} = \frac{-3 \cdot Z_{i,1} + 4 \cdot Z_{i,2} - Z_{i,3}}{2 \cdot d}$$

$$a_{01|i=1} = \frac{-3 \cdot Z_{1,j} + 4 \cdot Z_{2,j} - Z_{3,j}}{2 \cdot d}$$

Si se trata de la última fila o columna de un total de  $n$ :

$$a_{10|j=n} = \frac{Z_{i,n-2} - 4 \cdot Z_{i,n-1} + 3 \cdot Z_{i,n}}{2 \cdot d}$$

$$a_{01|i=n} = \frac{Z_{n-2,j} - 4 \cdot Z_{n-1,j} + 3 \cdot Z_{n,j}}{2 \cdot d}$$

El siguiente algoritmo muestra la transcripción de las expresiones anteriores a un lenguaje de programación genérico para calcular el valor de los coeficientes del gradiente en un punto del MDE, teniendo en cuenta la situación central o marginal del mismo.

---

```

GRADIENTE (FI, CO : entero; A10, A01 : real)
Estima el valor del gradiente para un punto del MDE

```

---

```

ARGUMENTOS
  FI, CO : fila y columna del punto problema
  A10, A01 : valores del gradiente (resultado)

```

---

```

GLOBALES
  Z : matriz con el MDE (MatrizMD)
  D : distancia entre filas y columnas (entero)

```

---

```

BEGIN
CASE FI OF
  1 : A01 ← (-3.0*Z[FI,J]+4.0*Z[FI+1,J]-Z[FI+2,J])/(2*D)
  NFILA : A01 ← (Z[FI-2,J]-4.0*Z[FI-1,J]+3.0*Z[FI,J])/(2*D)
  ELSE : A01 ← (Z[FI-1,CO]-Z[FI+1,CO])/(2*D)
CASE CO OF
  1 : A10 ← (-3.0*Z[FI,J]+4.0*Z[FI,J+1]-Z[FI,J+2])/(2*D)
  NCOLU : A10 ← (Z[FI,J-2]-4.0*Z[FI,J-1]+3.0*Z[FI,J])/(2*D)
  ELSE : A10 ← (Z[FI,CO+1]-Z[FI,CO-1])/(2*D)
END

```

---

En las Figuras 5.5 y 5.6 se muestran las representaciones gráficas de los valores de los componentes del gradiente para el modelo MDE100. Estas representaciones se han realizado codificando los valores en una escala continua de grises. En este caso concreto, debido al sistema de representación, todos los valores negativos han sido representados en color negro y la escala de grises codifica exclusivamente los valores positivos del componente.

Figura 5.5.- Representación gráfica del componente  $a_{10}$  del gradiente en el modelo MDE100. Los valores de  $a_{10}$  pueden ser tanto positivos como negativos; en esta figura, los valores negativos están generados por pendientes orientadas hacia el Este, y han sido representadas uniformemente en negro. La escala de grises se ha adoptado para los valores positivos de  $a_{10}$ , que coinciden con las pendientes orientadas al Oeste. Dentro de este grupo, los tonos son tanto más claros cuanto mayor es el valor de la pendiente en el sentido del eje X (Este-Oeste).

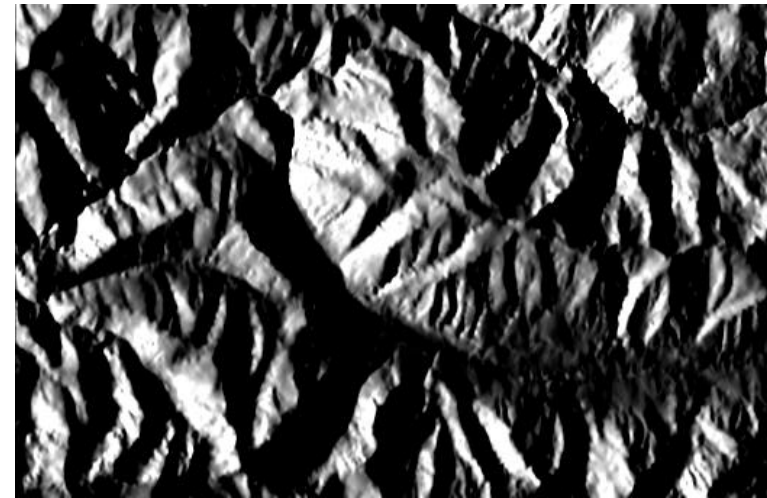
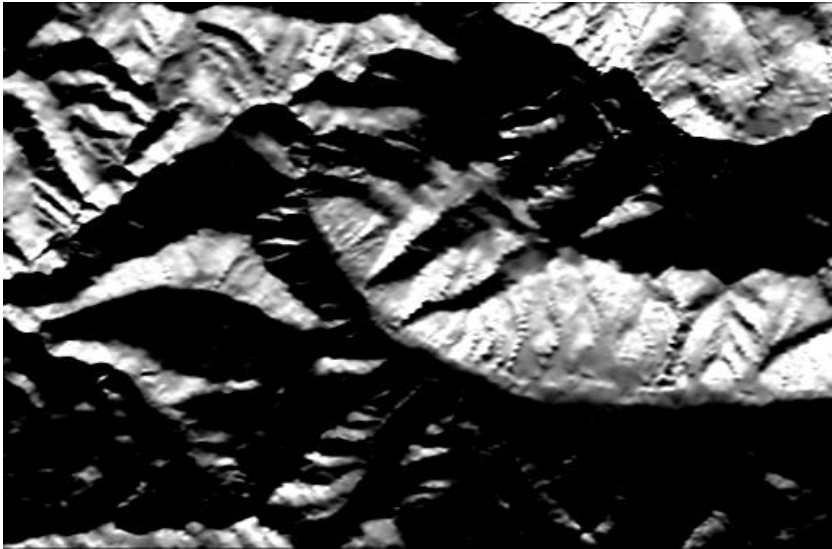


Figura 5.6.- Representación gráfica del componente  $a_{01}$  del gradiente en el modelo MDE100. Los valores de  $a_{01}$  pueden ser tanto positivos como negativos; en esta figura, los valores negativos están generados por pendientes orientadas hacia el Norte, y han sido representadas uniformemente en negro. La escala de grises se ha adoptado para los valores positivos de  $a_{01}$ , que coinciden con las pendientes orientadas al Sur. Dentro de este grupo, los tonos son tanto más claros cuanto mayor es el valor de la pendiente en el sentido del eje Y (Norte-Sur).



### 5.2.2 Pendiente.

La pendiente en un punto del terreno se define como el ángulo existente entre el vector gradiente en ese punto,  $\vec{P}$  y el eje Z (vertical). Este último se representa mediante el vector  $\vec{H} = [0 \ 0 \ 1]$  (las componentes de los ejes X e Y son nulas). El ángulo  $\alpha$  entre dos vectores,  $\vec{A} = [a_1 \ a_2 \ a_3]$  y  $\vec{B} = [b_1 \ b_2 \ b_3]$  viene dado por la expresión siguiente (Ruckdeschel, 1981:56):

$$a = \cos^{-1} \left[ \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\text{mod}(\vec{A}) \cdot \text{mod}(\vec{B})} \right]$$

donde el numerador representa el producto escalar de ambos vectores y el denominador el producto de sus respectivos módulos o longitudes. Las expresiones para calcular ambos son:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

$$\text{mod}(\vec{A}) = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\text{mod}(\vec{B}) = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$$

Por lo tanto, la pendiente  $\gamma$  en un punto puede calcularse a partir de los valores de su gradiente:

$$g = \cos^{-1} \left[ \frac{\vec{P} \cdot \vec{H}}{\text{mod}(\vec{P}) \cdot \text{mod}(\vec{H})} \right] = \frac{1}{\sqrt{a_{10}^2 + a_{01}^2 + 1}}$$

Dado que una de las relaciones fundamentales en trigonometría es  $\cos a = \pm 1/\sqrt{1 + \tan^2 a}$  se deduce que  $\tan^2 g = a_{10}^2 + a_{01}^2$  y la expresión anterior se simplifica:

$$g = \tan^{-1} \sqrt{a_{10}^2 + a_{01}^2}$$

La expresión anterior es la más utilizada en la práctica en el tratamiento de los modelos matriciales (Papo y Gelbman, 1984:698; Franklin, 1987a:604; Erdas, 1991:15). La elaboración de una función que realice el cálculo para un punto del modelo es sencilla:

---

```

FUNCION PENDIENTE (FI, CO: ENTERO): REAL
Estima el valor del pendiente para un punto del MDE

```

---

```

ARGUMENTOS
  FI, CO : fila y columna del punto problema
LOCALES
  A10, A01 : valores del gradiente (reales)

```

---

```

BEGIN
GRADIENTE (FI, CO, A10, A01)

```

---

```

PENDIENTE ← ROUND (ARCTAN (SQRT (A10*A10+A01*A01)))
END

```

---

En el algoritmo anterior, el valor de la pendiente se expresa en radianes, de aquí que se trate de una variable real. La pendiente debe transformarse a números enteros para permitir el almacenamiento de los valores en una matriz, de forma similar a un MDE, por lo que, en este caso, sería razonable su transformación a grados sexagesimales.

La Figura 5.7 muestra el resultado de aplicar el algoritmo anterior al modelo digital de elevaciones de Degaña. Los elementos del modelo de pendientes resultante, denominado MDP100, han sido codificados para su representación gráfica en una escala de grises, asignando el negro a las zonas llanas y el blanco a las pendientes máximas del modelo. La distribución de frecuencias correspondiente se presenta en la Figura 5.8, dado su interés como elemento descriptivo del relieve.

Figura 5.7.- Representación gráfica del modelo de pendientes del valle de Degaña (MDP100). La codificación en valores de gris se ha establecido de forma que las zonas horizontales se representan en negro y los taludes de pendiente más fuerte en blanco. Puede observarse una buena delimitación de los cursos fluviales y de las crestas, representados como series más o menos continuas de píxeles oscuros. El aspecto granulado de algunos cauces se debe a problemas derivados del método de transformación vector-raster que, debido a la existencia de datos puntuales en los fondos de los valles, puede generar pequeñas concavidades. Estas, si no se adoptan precauciones específicas, pueden impedir una correcta conectividad de la red hidrológica.



Figura 5.8.- Distribución de frecuencias para el MDP100 con intervalos de 5°.

FIG5-8.A1

### 5.2.3 Orientación.

La expresión para calcular el valor de orientación a partir del gradiente puede deducirse con argumentos similares a los aplicados en el caso anterior. La orientación en un punto puede definirse como el ángulo existente entre el vector que señala el Norte,  $\vec{N}$ , y la proyección sobre el plano horizontal del vector gradiente  $\vec{P}_H$ <sup>9</sup>.

Dado el vector  $\vec{P} = [-a_{10}, -a_{01}, 1]$ , normal a la superficie en el punto problema, la proyección sobre el plano horizontal se consigue anulando la componente del eje Z:  $\vec{P}_H = [-a_{10}, -a_{01}, 0]$ . Por otra parte, el vector que apunta hacia el Norte es  $\vec{N} = [1, 0, 0]$ . El valor de orientación en un punto  $\mathcal{X}$  puede deducirse, por tanto, de la forma siguiente:

$$\cos f = \left[ \frac{\vec{P} \cdot \vec{N}}{\text{mod}(\vec{P}) \cdot \text{mod}(\vec{N})} \right] = \frac{a_{10}}{\sqrt{a_{10}^2 + a_{01}^2}}$$

Es posible simplificar la expresión anterior con algunas transformaciones; pasando la función coseno al primer término y elevando al cuadrado ambos:

$$\cos^2 f = \frac{a_{10}^2}{a_{10}^2 + a_{01}^2}$$

dado que  $1 + \tan^2 a = 1/\cos^2 a$ , se tiene:

$$1 + \tan^2 f = \frac{a_{10}^2 + a_{01}^2}{a_{10}^2}$$

dividiendo numerador y denominador del término de la derecha por  $a_{10}^2$  y simplificando:

$$1 + \tan^2 f = 1 + (a_{01}^2/a_{10}^2)$$

$$\tan^2 f = a_{01}^2/a_{10}^2$$

El valor de orientación se estima, por tanto, directamente a partir de los valores del gradiente:

$$f = \tan^{-1}(a_{01}/a_{10})$$

La función siguiente proporciona el valor de la orientación calculado a partir del gradiente. El algoritmo es algo más complejo que en el caso de las pendientes ya que deben contemplarse algunos casos especiales (terreno llano, por ejemplo), así como rectificar los valores devueltos por el lenguaje de programación (valores negativos del ángulo para valores negativos del argumento de la función arco tangente):

<sup>9</sup> Una de las propiedades geométricas del vector gradiente es que su dirección señala la de máxima variación de la función; por lo tanto, el vector indica el sentido de la línea de máxima pendiente.



---

```
FUNCION ORIENTACION (FI, CO : entero): REAL
Estima el valor de orientación para un punto del MDE
```

---

```
ARGUMENTOS
```

```
  FI, CO : fila y columna del punto problema
```

```
LOCALES
```

```
  A10, A01 : valores del gradiente (reales)
```

```
  AZIMUT : variable auxiliar (real)
```

```
  NUL10, NUL01 : var. auxiliares (lógico)
```

---

```
BEGIN
```

```
GRADIENTE (FI, CO, A10, A01)
```

---

```
NUL10 ← ABS(A10)<1E-04
```

---

```
NUL01 ← ABS(A01)<1E-04
```

---

```
CASE NUL10 OF
```

```
  TRUE : IF NUL01 THEN AZIMUT ← RADIAN (361.0)
```

```
        ELSE IF A01>0.0 THEN AZ ← 2.0* $\pi$ 
```

```
          ELSE AZ ← 0.0
```

```
  FALSE :
```

```
    BEGIN
```

```
    AZIMUT ← ARCTAN (A01/A10)
```

---

```
    IF A10<0.0 THEN AZIMUT ←  $\pi/2.0$ -AZIMUT
```

```
        ELSE AZIMUT ← 3.0* $\pi/2.0$ -AZIMUT
```

```
    END
```

```
ORIENTACION ← AZIMUT
```

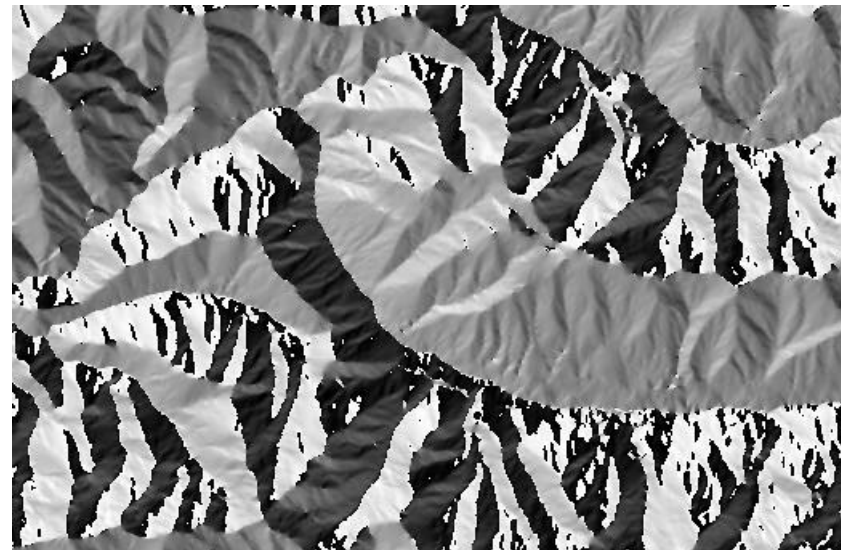
```
END
```

---

Del mismo modo que en el caso anterior, el valor devuelto es real y en radianes. La función hace uso de otra auxiliar denominada RADIAN, que realiza la transformación de grados a radianes (multiplicando el argumento por la constante  $\pi/180$ ).

En el algoritmo se comprueba en primer lugar si la pendiente es nula, en cuyo caso el valor de orientación carece de sentido, y se marca el punto con el equivalente en radianes a  $361^\circ$ . En caso contrario, se comprueba si el denominador es nulo; si es así, el signo del numerador discrimina las dos opciones posibles: orientación al Este o al Oeste. Finalmente, se realizan las transformaciones necesarias para evitar valores negativos del ángulo y distribuir el resultado en el rango de 0 a  $2\pi$  radianes.

Figura 5.9.- Representación gráfica del modelo de orientaciones del valle de Degaña (MDO100). Como no resulta posible su codificación continua en niveles de gris, la interrupción de la escala se ha fijado en los  $0^\circ$  (Norte), que se representa en negro. Las laderas se aclaran en sentido horario, hasta llegar al blanco en los  $359^\circ$ .



La Figura 5.9 muestra el modelo digital de orientaciones de Degaña (MDO100), resultado de la aplicación del algoritmo anterior al MDE100. La codificación mediante una escala de grises se ha realizado de forma

que el negro corresponde al valor de 0°, aumentando la luminosidad en sentido horario: gris oscuro hacia el Este, gris medio al Sur, gris claro al Oeste, etc. Existe, por tanto, una brusca discontinuidad en el Norte, donde el origen y fin de la escala coinciden debido a la naturaleza circular de la variable. La Figura 5.10 muestra la distribución de frecuencias para el MDO100 en forma de diagrama circular.

Figura 5.10.- Distribución de frecuencias de las orientaciones en el MDO100 (sectores de 45°), donde puede observarse la dominancia de orientaciones Norte y Sur. Esta distribución se relaciona probablemente con la red de fracturas que recorre la zona; de éstas, la más importante es la falla de Villablino, de orientación Este-Oeste, que dirige el curso superior del río Ibias.

FIG5-10.AI

#### 5.2.4 Curvatura.

La curvatura en un punto,  $\eta$ , puede definirse como la tasa de cambio en la pendiente y depende, por tanto, de las derivadas de segundo grado de la altitud (es decir, de los cambios de pendiente en el entorno del punto). Según Papo (1984:697), puede realizarse una estimación simple de la curvatura mediante la suma de las derivadas parciales de segundo orden con respecto a los ejes X e Y, de la forma siguiente:

$$h = \frac{\eta^2 Z}{\eta x^2} + \frac{\eta^2 Z}{\eta y^2}$$

Según el mismo autor, este método de estimación no es completamente exacto, ya que la curvatura depende de expresiones más complejas, pero presenta errores de pequeña magnitud para pendientes bajas y medias.

Las derivadas pueden calcularse fácilmente a partir de la expresión general de una superficie de ajuste de segundo grado:

$$Z = a_{00} + a_{10} \cdot x + a_{01} \cdot y + a_{11} \cdot x \cdot y + a_{20} \cdot x^2 + a_{02} \cdot y^2$$

donde las derivadas primeras son,

$$\frac{\eta Z}{\eta x} = a_{10} + 2 \cdot a_{20} \cdot x + a_{11} \cdot y$$

$$\frac{\eta Z}{\eta y} = a_{01} + 2 \cdot a_{02} \cdot y + a_{11} \cdot x$$

por tanto,

$$\frac{\eta^2 Z}{\eta x^2} = 2 \cdot a_{20}; \quad \frac{\eta^2 Z}{\eta y^2} = 2 \cdot a_{02}$$

y, sustituyendo,

$$h = 2 \cdot (a_{20} + a_{02})$$

Para hallar el método práctico de cálculo de la curvatura en un punto situado en la fila  $i$ , columna  $j$ , donde  $d$  es la distancia entre filas y columnas (igual para los ejes X e Y), podemos estimar el cambio de la pendiente en función de la distancia.

En el caso unidimensional, sobre la fila  $i$ , la pendiente entre el punto  $j$  y sus vecinos, la expresión práctica de cálculo es:

$$g_{j+1,j} = \frac{Z_{i,j+1} - Z_{i,j}}{d}; \quad g_{j,j-1} = \frac{Z_{i,j} - Z_{i,j-1}}{d}$$

por tanto,

$$h_i = \frac{g_{j+1,j} - g_{j,j-1}}{d} = \frac{Z_{i,j+1} + Z_{i,j-1} - 2 \cdot Z_{i,j}}{d^2}$$

Una expresión similar puede deducirse para el cambio de pendiente sobre la columna  $j$ :

$$h_j = \frac{Z_{i-1,j} + Z_{i+1,j} - 2 \cdot Z_{i,j}}{d^2}$$

La combinación de las expresiones anteriores para la estimación de la segunda derivada en el contexto bidimensional presenta la forma final siguiente:

$$h = \frac{Z_{i-1,j} + Z_{i,j-1} + Z_{i,j+1} + Z_{i+1,j} - 4 \cdot Z_{i,j}}{d^2}$$

Mientras que el gradiente de una función es una magnitud vectorial, el resultado de la expresión anterior, que suele denominarse laplaciano (James, 1988:57), es un escalar que, en el contexto de los MDE, suele tener magnitudes bastante reducidas. Por este motivo es recomendable utilizarlo multiplicado por un factor adecuado.

La función siguiente proporciona el valor de curvatura para un punto del modelo:

---

```
FUNCION CURVATURA (FI, CO : entero): REAL
Estima el valor de curvatura para un punto del MDE
```

---

ARGUMENTOS

FI, CO : fila y columna del punto problema

GLOBALES

Z : matriz con el MDE (entero)

D : distancia entre datos (entero)

---

BEGIN

```
CURVATURA ← ((Z[F-1,C]+Z[F,C-1]+Z[F,C+1]+Z[F+1,C]-
4*Z[F,C])/(D*D))
```

END

---

El análisis de curvatura puede tener interés en forma direccional como, por ejemplo, realizando un seguimiento a lo largo de un perfil hidrológico y perpendicularmente a la línea de flujo. En este caso, la formulación de la curvatura depende del valor de orientación en el punto problema. En los análisis a partir de los modelos matriciales el problema puede simplificarse ya que cabe considerar solamente 4 casos: curvatura sobre la fila, la columna o sobre una de las dos diagonales. Las expresiones prácticas de cálculo en estos últimos casos se deducen de forma análoga que para las filas y columnas, y su forma final es:

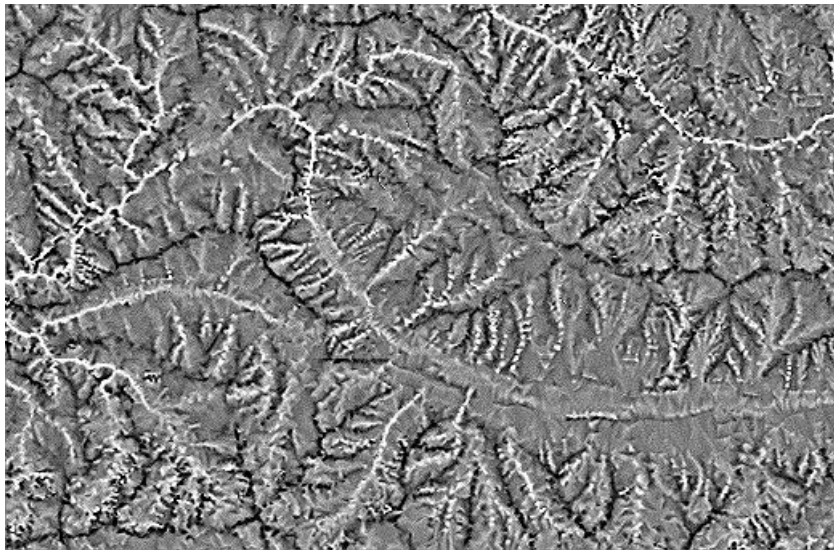
$$h_{d1} = \frac{Z_{i-1,j-1} + Z_{i+1,j+1} - 2 \cdot Z_{i,j}}{d^2}$$

$$h_{d2} = \frac{Z_{i-1,j+1} + Z_{i+1,j-1} - 2 \cdot Z_{i,j}}{d^2}$$

En la Figura 5.11 se representa gráficamente el modelo de curvatura (MDC100) construido a partir del MDE de Degaña. La luminosidad más baja corresponde a las formas convexas (líneas de cresta y formas simila-

res), mientras que las formas cóncavas (fondos de valle) se han codificado en tonos claros.

Figura 5.11.- Representación gráfica del modelo de curvatura del valle de Degaña (MDC100). Las zonas cóncavas se han codificado en tonos claros y las convexas en tonos oscuros, lo que permite diferenciar claramente los fondos de los valles y las crestas entre sí, al contrario de lo que ocurre con el modelo digital de pendientes. El valor de curvatura permite asimismo evaluar las formas del perfil de los valles fluviales, diferenciando los cauces encajados (tramo inferior del río Ibias) de las zonas de vega, más amplias (tramo superior).



### 5.2.5 Rugosidad.

Al contrario de lo que ocurre con la pendiente y la orientación, no existen criterios uniformes para llevar a cabo la medida de la rugosidad.

Diversos autores han aplicado métodos significativamente distintos para su evaluación; por ejemplo, Balce (1987:324) utiliza la pendiente media como estimador de un factor de rugosidad. Evans (1972:27-33) realiza una revisión de métodos, entre los cuales menciona desde rangos de altitud hasta la desviación estándar de la elevación en entornos limitados. Hobson (1972:221), tras destacar la dificultad de dar una definición precisa de la rugosidad, usa tres métodos para su evaluación. El primero es una comparación entre la superficie "real" (medida en el campo) y la proyectada sobre la horizontal; en el segundo se usan estadísticos para medir las diferencias entre las cotas reales y superficies de ajuste; en el tercero, finalmente, usa los vectores normales a la superficie para analizar su dispersión y la suma vectorial. Franklin (1987a) propone métodos mucho más específicos y adaptados al proceso mediante ordenadores, basados en el tratamiento de matrices de transición.

De acuerdo con Franklin (1987a:605), las estimaciones de la rugosidad deben ser independientes de otros parámetros del relieve para reducir la información redundante. Parece deseable, además, cierta independencia de la escala del análisis, lo cual elimina algunas aproximaciones excesivamente simples como las que usan el rango de altitud. Un posible método es el siguiente: dado un punto del terreno, se calculan los vectores unitarios perpendiculares a la superficie en él y en los puntos de su entorno,  $\hat{P}_i$ . Según Hobson (1967:4), si el terreno es uniforme (con cambios reducidos de pendiente y orientación), la suma vectorial será elevada y la dispersión baja; en el caso de terrenos rugosos, con cambios en orientaciones y pendientes, la situación es la contraria, con sumas vectoriales pequeñas y dispersiones elevadas.

El cálculo de la dispersión de vectores es un caso similar al de la varianza circular, presentado en el apartado 5.1.2 sólo que ahora estamos tratando vectores en un espacio de tres dimensiones y, por tanto, una variable de distribución esférica. Los estadísticos aplicables a estas variables son similares a los de la estadística circular, aunque generalizados. Dando por supuesto que se conocen la pendiente,  $\gamma$ , y orientación,  $\phi$ , en cada punto del modelo, las coordenadas rectangulares de un vector unita-

rio perpendicular a la superficie en un punto  $i$  vienen dadas por las expresiones (Upton y Fingleton, 1989:312):

$$x_i = \text{sen } g \cdot \text{cos } f_i$$

$$y_i = \text{sen } g \cdot \text{sen } f_i$$

$$z_i = \text{cos } g$$

De forma similar que en las variables circulares, el módulo del vector suma de un conjunto de vectores es un indicador de agrupación y, por tanto, inversamente proporcional a la rugosidad. El módulo del vector suma se calcula, para un conjunto de  $n$  datos vecinos al punto problema (los 8 más próximos, por ejemplo) mediante la expresión:

$$R = \sqrt{(\sum x_i)^2 + (\sum y_i)^2 + (\sum z_i)^2}$$

Resulta conveniente estandarizar el valor de  $R$  dividiéndolo por el tamaño muestral obteniendo así el módulo medio. El resultado puede variar entre los valores extremos de 0 (dispersión máxima) y 1 (alineamiento completo). El módulo medio es complementario del parámetro estadístico denominado *varianza esférica* (Band, 1989:286).

El algoritmo que se muestra a continuación realiza el cálculo de la rugosidad para un punto utilizando un entorno de 3x3 a partir del modelo digital de elevaciones. Este método es el menos eficaz ya que, obviamente, el procedimiento puede agilizarse notablemente si se dispone de los modelos de pendientes y orientaciones previamente calculados. También sería posible y ventajoso el cálculo previo de las componentes rectangulares de cada vector para reducir la redundancia de las operaciones trigonométricas.

---

```

FUNCION RUGOSIDAD (FI, CO : entero): REAL
Estima el valor de rugosidad para un punto del MDE usando un
entorno de 3x3

```

---

```

ARGUMENTOS
  FI, CO : fila y columna del punto problema
LOCALES
  I,J : auxiliares (entero)
  A10, A01 : componentes del gradiente (real)
  PEN, ORI : pendiente y orientación (real)
  D : distancia entre datos (entero)

```

---

```

BEGIN
XT ← 0.0
YT ← 0.0
ZT ← 0.0
FOR I=1 TO 3 DO
  FOR J=1 TO 3 DO
    BEGIN
      GRADIENTE (FI-2+I, CO-2+I, A10, A01)
      PEN ← PENDIENTE (A10, A01)
      ORI ← ORIENTACION (A10, A01)
      XT ← XT + SIN(PEN)*COS(ORI)
      YT ← YT + SIN(PEN)*SIN(ORI)
      ZT ← ZT + COS(PEN)
    END
  END
RUGOSIDAD ← 1.0-SQRT (XT*XT+YT*YT+ZT*ZT)/9.0
END

```

---

Otro índice que puede ser utilizado para el cálculo de la rugosidad es la varianza de la pendiente, derivado de los índices de textura habitualmente utilizados en el análisis de imágenes. De forma similar al caso

anterior, se analizan los valores mediante una ventana móvil pero, en este caso, exclusivamente sobre el modelo digital de pendientes. El cálculo de la varianza se realiza sobre los valores incluidos en ella y el resultado puede utilizarse directamente como estimación de la rugosidad.

En la Figura 5.12 se representa gráficamente el modelo de rugosidad (MDR100) obtenido mediante este último método. De forma similar a otros modelos, la codificación en grises asigna los tonos oscuros a las zonas de baja rugosidad y los claros a las de alta. Puede observarse que la rugosidad define bien formas como los límites de taludes y laderas, tanto en su parte inferior (habitualmente valles) como superior (crestas).

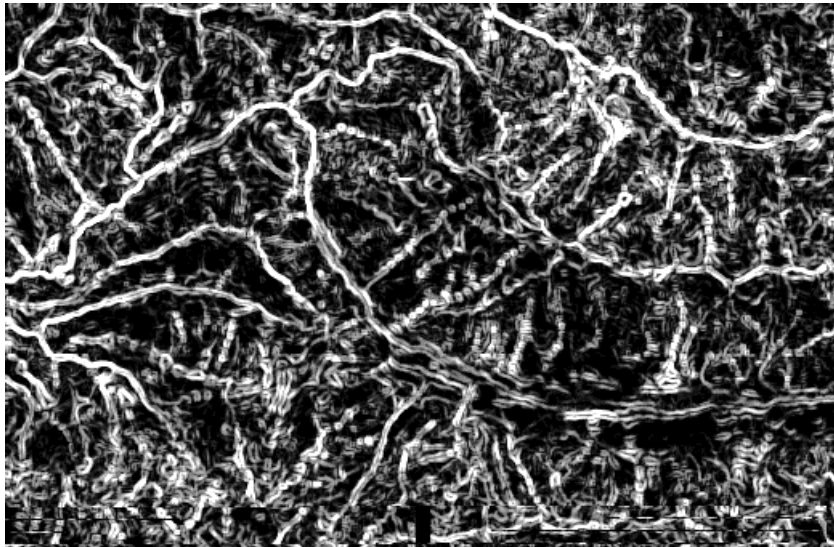


Figura 5.12.- Representación gráfica del modelo de rugosidad del valle de Degaña (MDR100). Este modelo ha sido construido en función de la heterogeneidad de la pendiente, medida mediante la varianza de la misma en una ventana de 3x3 píxeles.

### 5.3 Clasificación de las formas del relieve.

Los modelos digitales pueden ser interpretados de dos formas: una primera *cualitativa*, en la que el análisis se realiza visualmente (de forma equivalente a la fotointerpretación), y una segunda *cuantitativa*, en la que se usan los valores numéricos de la signatura geométrica para analizar estadísticamente las distribuciones y relaciones entre las variables.

La clasificación de las formas del relieve se integra en los métodos de análisis cuantitativo, y puede definirse como el conjunto de procesos que permiten realizar el agrupamiento de los elementos en grupos (*clases*) con propiedades significativamente diferentes entre sí. La aplicación de este concepto a la caracterización del relieve supone la intención de discriminar diferentes tipos de formas a partir de los datos del MDE y de los modelos derivados.

El resultado de la clasificación es una matriz de datos en la que los valores asignados a cada punto representan la clase a la que pertenece; no se trata, por tanto, de un modelo digital ya que se representa una variable cualitativa y discreta, mientras que en la definición de MDT admitíamos solamente variables cuantitativas y de distribución continua. En este sentido, la clasificación ocasiona una pérdida sensible de información ya que reduce la enorme cantidad de datos iniciales, contenidos en los modelos básicos, a un reducido número de valores en el resultado. El proceso permite, sin embargo, realizar una síntesis de la información inicial facilitando su análisis.

La aplicación de métodos de clasificación es un procedimiento habitual en diversos campos, entre los que destaca la teledetección, donde han sido intensamente utilizados para categorizar los datos numéricos contenidos en las imágenes captadas por los satélites (Chuvieco, 1990:326).

Las clasificaciones en teledetección suelen realizarse a partir de *imágenes multispectrales*, consistentes en un conjunto de imágenes digitales simples que, una vez superpuestas por poseer idénticas propiedades geométricas y de referenciación geográfica, forman un conjunto de información único. Este conjunto de información es equivalente a una matriz

tridimensional, en la que las filas y columnas representan la localización geográfica, mientras que la tercera dimensión representa las diferentes bandas o propiedades medidas: cada celda de la matriz  $(i, j, k)$  posee el valor de la variable  $k$  en la localización geográfica definida por la fila  $i$  y la columna  $j$ .

El concepto de **modelo digital multivariable** o **MDM** (Felicísimo, 1992:111) repite este mismo esquema sustituyendo las imágenes por los MDT, de forma que pueden agruparse en un mismo conjunto de datos las elevaciones (capa 1), las pendientes (capa 2), etc. El concepto de MDM es útil en el análisis de la información ya que, al ser análogo al de imagen multiespectral, facilita la aplicación de los procesos de clasificación multiespectral en el contexto de los modelos digitales del terreno. En este sentido, los puntos de MDM pueden también hacerse equivalentes a los píxeles de la imagen por lo que, a partir de ahora, ambos términos no serán diferenciados en el texto.

Siguiendo la analogía y aceptando la terminología propuesta por Pike (1988:494), se denominará **signatura geométrica** al conjunto de variables que permiten diferenciar distintos tipos de relieve. Para distinguirlos se debe caracterizar cada uno de ellos por los valores de las variables implicadas. El procedimiento es análogo al utilizado en la creación de **signaturas espectrales** en el campo de la teledetección (Schowengerdt, 1983:132) con el fin, por ejemplo, de diferenciar los tipos de cubierta vegetal en una región: la signatura geométrica de un pixel  $(i,j)$  es el vector  $k$ -dimensional constituido por los valores de las variables contempladas en el MDM para la localización  $(i,j)$ . De forma análoga, la signatura geométrica de una clase está definida por el vector de medias de las variables y complementada con los estadísticos de dispersión (desviación estándar) y la matriz de covarianzas. El proceso de clasificación debe dividir el total de puntos del modelo en clases diferenciables por los valores de la signatura geométrica.

Los métodos de clasificación han sido extensivamente estudiados y las publicaciones al respecto son numerosas. Dada la extensa bibliografía y que se trata de métodos sólidamente establecidos, su base teórica no se

tratará en el presente trabajo. En Mike (1985) pueden encontrarse las bases generales y una buena descripción de los métodos más usuales.

La clasificación puede dividirse en dos grupos diferentes: *supervisada* y *no supervisada*. La clasificación supervisada supone un conocimiento previo de las clases por parte del operador, que debe delimitar grupos de píxeles representativos para cada una de ellas, a partir de los cuales se determinan los valores que definen la signatura. La clasificación no supervisada (*clustering*) no requiere intervención del operador ya que divide los píxeles en "grupos naturales", segmentando el espacio  $k$ -dimensional (donde cada eje de coordenadas representa una variable) con criterios estadísticos.

La clasificación no supervisada presenta la ventaja, por tanto, de que no requiere un previo conocimiento de las clases existentes en la zona; obliga, en contraprestación, a realizar una interpretación de los resultados, reflejo de combinaciones de variables inicialmente desconocidas. La comprobación de qué formas del relieve pueden diferenciarse mediante procesos de clasificación puede llevarse a cabo adecuadamente mediante métodos de este tipo, que no introducen hipótesis previas y están libres de sesgos por parte del operador.

Uno de los métodos más habituales en la clasificación no supervisada es el algoritmo denominado habitualmente *isodata* propuesto por Duda y Hart (1973). Este algoritmo realiza un proceso iterativo para dividir el espacio  $k$ -dimensional en un número predefinido de clases,  $n$ . En un primer paso, los  $n$  vectores de medias de las clases se rellenan con valores arbitrarios y los píxeles se clasifican en función de su vector de valores, asignándolos a la clase de signatura más próxima. Posteriormente, los vectores de medias de las clases son recalculados a partir de los nuevos grupos y los píxeles son reclasificados. El proceso se repite hasta que no se detecta un cambio significativo en las asignación de píxeles entre un paso y el anterior.

No han sido localizados trabajos prácticos en la bibliografía que apliquen métodos de clasificación exclusivamente a los MDM aunque sí existen proposiciones al respecto. Weibel y DeLotto (1988) realizan una

revisión general de los pasos a realizar en el proceso: especificación de variables, extracción de la signatura geométrica y clasificación, indicando algunos problemas generales. Franklin y LeDrew (1983) plantean los primeros pasos en una clasificación mixta mediante datos procedentes de teledetección y MDT pero sin ofrecer resultados prácticos. En un trabajo posterior, Franklin (1987b) consigue mejores resultados en la identificación de la cubierta vegetal incorporando modelos digitales del terreno como bandas auxiliares. Guindon *et al.* (1982:14) también mencionan los beneficios potenciales de usar ambos tipos de datos en una clasificación pero no llegan a presentar experiencias concretas.

A pesar de la escasa atención mostrada hasta el momento por los investigadores, estos procesos pueden abrir nuevas vías en el tratamiento de la información topográfica (especialmente en el contexto de los sistemas de información geográfica), ya que aportan información difícilmente accesible por otros métodos. Por este motivo se ha realizado un ensayo de clasificación aplicando el algoritmo *isodata* un MDM compuesto por los modelos de pendiente, curvatura y rugosidad del valle de Degaña.

En la Tabla 5.1 se muestran los valores de los coeficientes de correlación ( $r$  de Pearson) entre las variables geomorfológicas usadas para la clasificación y la altitud. Los cálculos han sido realizados para comprobar su posible interrelación ya que resulta conveniente que las variables no sean altamente interdependientes (Weibel, 1988:623).

Tabla 5.1.- Coeficiente de correlación ( $r$  de Pearson) entre las variables del modelo digital multivariable (AL: altitud; PE: pendiente; CU: curvatura; RU: rugosidad).

	AL	PE	CU
PE	0.047*		
CU	-0.128*	-0.031*	
RU	-0.082*	-0.121*	0.089*

En la tabla anterior se han señalado con un asterisco aquellos valores del coeficientes de correlación significativos para  $P < 0.01$ . Esta tabla puede indicarnos algunas características de interés de las relaciones entre variables. Una de las más obvias es la relación inversa entre altitud y concavidad, justificable por la distribución de valles y crestas en las zonas bajas y altas respectivamente. La relación directa entre altitud y pendiente nos refleja la tendencia hacia perfiles cóncavos, con pendientes más fuertes en las zonas altas y más suaves en altitudes menores. Otras relaciones menos evidentes son el aumento de rugosidad en las zonas bajas, de baja pendiente y cóncavas.

En el proceso de clasificación no supervisada se ha introducido, como único parámetro, el número de clases a separar: 5. Los resultados de la clasificación se presentan, de forma gráfica, en la Figura 5.13. En la Tabla 5.2. se muestra una síntesis de las propiedades topográficas de las clases diferenciadas por el algoritmo, así como el porcentaje de superficie ocupado por cada una en el área estudiada.

Tabla 5.2.- Propiedades de las clases definidas por la clasificación no supervisada y porcentaje de puntos del MDM que las constituyen PE: pendiente; CU: curvatura; RU: rugosidad).

Clase	PE	CU	RU	%
1	BAJA	MEDIA	MEDIA	15.5
2	MEDIA	BAJA	BAJA	21.7
3	ALTA	BAJA	BAJA	32.1
4	ALTA	ALTA	MEDIA	17.6
5	MEDIA	MEDIA	ALTA	13.1

La clase 1, con valores bajos de pendiente, medios de rugosidad y formas ligeramente cóncavas, agrupa zonas de vega, fondos de valles abiertos y las zonas más bajas de las laderas, cubiertas frecuentemente por

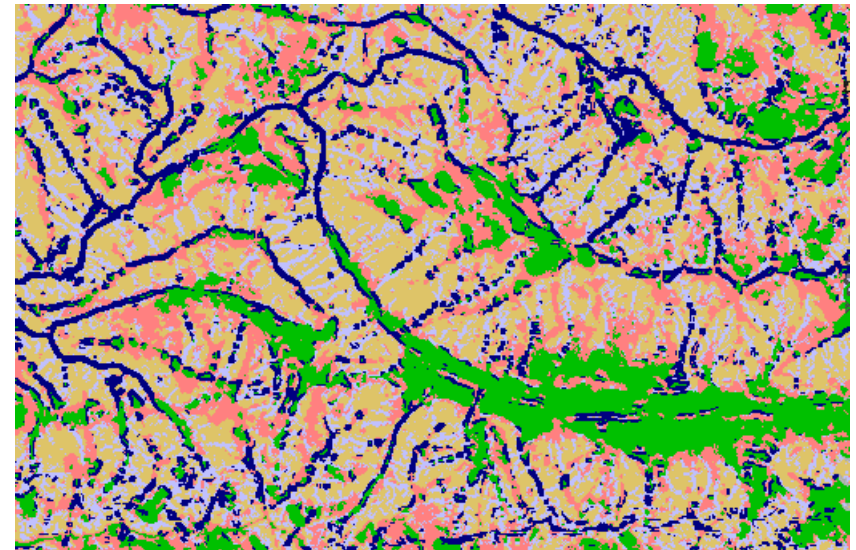


formaciones clásticas relativamente estables, procedentes de zonas superiores.

La clase 2 incorpora zonas con pendientes medias, formas ligeramente convexas y baja rugosidad. Se distribuye preferentemente en los márgenes de la clase 1, ocupando las zonas inmediatamente superiores a la línea de ruptura de pendientes. Se observa una cierta correspondencia con zonas cubiertas por formaciones clásticas sin matriz, afectadas por procesos más activos que las de la clase anterior y, en todo caso, zonas de superficie homogénea.

La clase 3, con fuerte pendiente, formas ligeramente convexas y baja rugosidad, representa las laderas en cuya superficie, relativamente uniforme, no se detectan heterogeneidades significativas (siempre en función de la resolución del modelo).

Figura 5.13.- Resultados de la clasificación no supervisada realizada a partir de los valores de pendiente, curvatura y rugosidad. La clase 1 (color verde) presenta valores bajos de pendiente, medios de rugosidad y formas ligeramente cóncavas y agrupa zonas de vega, fondos de valles abiertos y las zonas más bajas de las laderas. La clase 2 (color rosa) incorpora zonas con pendientes medias, formas ligeramente convexas y baja rugosidad. Se distribuye preferentemente en los márgenes de la clase 1, ocupando las zonas inmediatamente superiores a la línea de ruptura de pendientes. La clase 3 (naranja), con fuerte pendiente, formas ligeramente convexas y baja rugosidad, representa laderas de superficie relativamente uniforme (siempre en función de la resolución del modelo). La clase 4 (azul claro) representa zonas de fuerte pendiente, cóncavas y de rugosidad media. Se distribuyen preferentemente separando las zonas de ladera pertenecientes a la clase 3 y se corresponde con los cauces de arroyada y torrenteras que surcan las laderas. Finalmente, la clase 5 (azul oscuro) de pendiente media y rugosidad muy alta, agrupa dos clases diferentes de elementos: fondos de valle muy angostos y crestas muy marcadas.



La clase 4 representa zonas de fuerte pendiente, cóncavas y de rugosidad media. Se distribuyen preferentemente separando las zonas de ladera pertenecientes a la clase 3 y representan los cauces de arroyada y torrenteras que surcan las laderas, de poca longitud pero alto potencial erosivo debido a la elevada pendiente.

Finalmente, la clase 5 de pendiente media y rugosidad muy alta, representa dos clases diferentes de elementos; la primera está constituida por los fondos de valle muy angostos, con un marcado perfil en V; la segunda la constituyen las formas inversas: crestas muy marcadas, con perfil en  $\Lambda$ . La agrupación de ambas formas en la misma clase es lo que condiciona los valores de curvatura medios, estadístico ambiguo resultante de la media entre formas cóncavas y convexas.

## 6 PERFILES, CUENCAS VISUALES Y MODELOS DE REFLECTANCIA

En el presente capítulo se tratará un conjunto de problemas relacionados con la visualización del relieve que, aunque inicialmente parecen poco relacionados, pueden ser analizados en un proceso secuencial, partiendo del caso elemental hasta llegar al de mayor complejidad.

Inicialmente se tratará el problema básico de la estimación de cotas para llegar, mediante una generalización de los algoritmos, al análisis de elementos lineales: construcción de perfiles y cálculo de la intervisibilidad entre dos puntos. La extensión de este último caso permite abordar el problema equivalente donde se implican áreas: la delimitación de cuencas visuales. Los métodos de creación de vistas del relieve pueden tratarse como casos particulares del anterior, donde se incorporan procesos de modelización suplementarios, en ocasiones relativamente complejos. Entre sus aplicaciones figura la creación de modelos de reflectancia, cuya primera utilidad es la elaboración de imágenes del relieve visualmente interpretables, pero que también presenta otras aplicaciones específicas menos evidentes, entre las que destaca la corrección radiométrica de las imágenes procedentes de teledetección.

### 6.1 Cálculo de valores puntuales de altitud.

La estimación de la altitud de un punto de coordenadas arbitrarias es la primera cuestión planteable en la explotación de la información contenida en un MDE, siendo las soluciones muy diferentes en función de la estructura del modelo. En el caso de utilizar un modelo vectorial, el problema coincide esencialmente con el de transformación vector-*raster*, tratado brevemente en un capítulo anterior.

En el caso alternativo (modelo matricial regular) cabe la posibilidad de que las coordenadas del punto problema coincidan exactamente con la intersección de una fila y columna del MDE, en cuyo caso la solución es trivial. Es más usual, sin embargo, que el punto problema se encuentre en algún intervalo entre filas y columnas, haciéndose necesario entonces el uso de algoritmos de interpolación.

Los métodos de interpolación aplicados a las estructuras de datos matriciales han sido estudiados exhaustivamente en el tratamiento de imágenes digitales (especialmente las procedentes de teledetección desde satélites), donde el remuestreo de los valores de los píxeles es una operación común en las fases de pretratamiento.

El método más sencillo es el denominado del vecino más próximo (*nearest neighbour method*), donde al punto problema se le asigna la altitud del punto más próximo del modelo. Este método suele llamarse interpolación de orden cero y se resuelve con una función de redondeo (representada por  $\langle x \rangle$ ). Al punto de coordenadas reales  $(x,y)$  se le asigna la altitud del elemento de la matriz más cercano; la fila corresponde con el entero más próximo a la coordenada  $y$ , y la columna con el de la coordenada  $x$ :

$$Z_{x,y} = Z_{i,j} \text{ donde } i = \langle y \rangle \text{ y } j = \langle x \rangle$$

Esta opción no suele ser aceptable en el tratamiento de los modelos digitales, donde se desean errores reducidos, tanto en el plano  $XY$  como en la altitud. Es más interesante la realización de una **interpolación bilineal** utilizando los 4 valores más próximos al punto problema. El tiempo requerido para los cálculos es significativamente mayor que en el caso precedente pero se garantiza la continuidad de los valores y los resultados se ajustan probablemente algo más a la realidad.

Representando la función de truncamiento (parte entera de un número  $k$ ) mediante la expresión  $\lfloor k \rfloor$ , y dado un punto de coordenadas reales  $(x,y)$ , se definen los puntos del modelo más próximos:  $(i,j)$ ,  $(i,j+1)$ ,  $(i+1,j)$ ,  $(i+1, j+1)$ , donde  $i=\text{INT}(y)$  y  $j=\text{INT}(x)$ . Las distancias del punto problema al punto  $(i,j)$  en los ejes  $X$  e  $Y$  serán las siguientes:

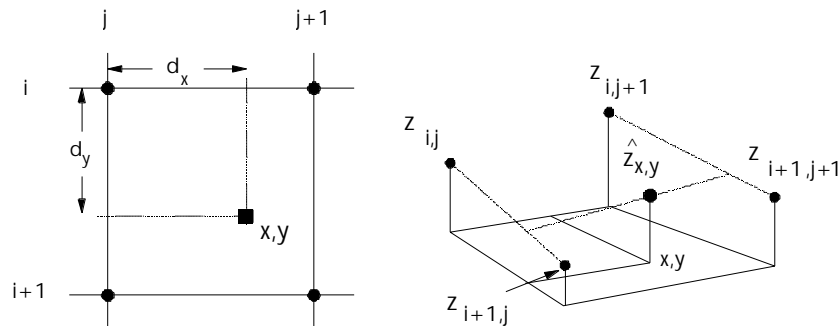
$$d_x = x - \lfloor x \rfloor$$

$$d_y = y - \lfloor y \rfloor$$

y el valor interpolado para el punto  $(x,y)$  es:

$$\begin{aligned} z_{x,y} = & (1 - d_x) \cdot (1 - d_y) \cdot z_{i,j} + d_x \cdot (1 - d_y) \cdot z_{i,j+1} + \\ & (1 - d_x) \cdot d_y \cdot z_{i+1,j} + d_x \cdot d_y \cdot z_{i+1,j+1} \end{aligned}$$

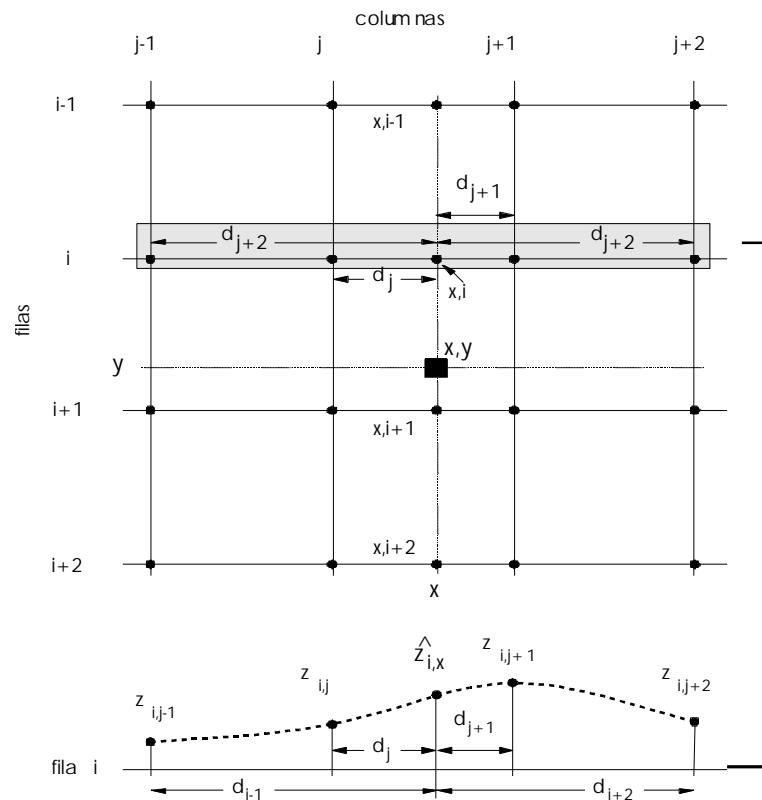
Figura 6.1.- Esquema del método de interpolación bilineal en función de los cuatro datos más próximos al punto problema. La interpolación bilineal produce un resultado suavizado debido a que se trata esencialmente de un filtro de media donde el peso de los 4 datos depende directamente de la distancia de cada uno de ellos al punto problema.



Una tercera alternativa agrupa una serie de métodos denominados habitualmente de **interpolación cúbica**, donde se utilizan los 16 datos del modelo más próximos al punto problema (distribuidos, por tanto, en una matriz de 4 filas y 4 columnas). Suele aceptarse que los métodos cúbicos son más adecuados que los anteriores por su mejor adaptación a los datos reales, sin los truncamientos del primer método ni la suavización excesiva de la interpolación bilineal.

Los algoritmos cúbicos suelen aplicarse en dos fases secuenciales para estimar la altitud de un punto  $(x,y)$ . En la primera se realizan estimaciones independientes para las cuatro filas más próximas al punto problema:  $i-1, i, i+1$  e  $i+2$ , donde  $i = \text{INT}(y)$ . Para cada una de ellas se estima el valor de  $z$  en la abscisa  $x$  a partir de los valores de altitud de las columnas  $j-1, j, j+1, j+2$ , donde  $j = \text{INT}(x)$ . En la segunda fase se toman los cuatro valores de  $z$  obtenidos en la fase anterior y se realiza la estimación final para la ordenada  $y$  (ver Figura 6.2).

Figura 6.2.- Esquema del método de interpolación cúbica. En la parte superior se muestra la matriz de datos superpuesta al punto problema, de coordenadas (x,y). La parte inferior representa el proceso de interpolación sobre la fila i, uno de los cinco necesarios para obtener el valor final. Este tipo de interpolación produce resultados más ajustados a la realidad que el método bilineal, pero las operaciones son mucho más numerosas lo que eleva considerablemente el tiempo de cálculo necesario.



Para realizar cada uno de los procesos de interpolación mencionados en el párrafo anterior se utiliza un conjunto de funciones de pondera-

ción, F, cuyos valores dependen de la distancia del punto problema a los datos. Por ejemplo, la expresión usada para la fila i tiene la forma siguiente:

$$\hat{z}_{i,x} = \sum_{k=j-1}^{j+2} F(d_k) \cdot z_{i,k} = F(d_{j-1}) \cdot z_{i,j-1} + F(d_j) \cdot z_{i,j} + F(d_{j+1}) \cdot z_{i,j+1} + F(d_{j+2}) \cdot z_{i,j+2}$$

Se han propuesto numerosas variantes en cuanto a los valores concretos de las funciones F; por ejemplo, Park y Schowengerdt (1982), utilizan los siguientes:

$$F(0 < |d| \leq 1) = 1 - \frac{1}{2} \cdot (5d^2 - 3|d|^3)$$

$$F(1 < |d| \leq 2) = \frac{1}{2} \cdot (4 - 8|d| + 5d^2 - |d|^3)$$

$$F(2 < |d|) = 0$$

De la formulación anterior se deduce que no se tienen en cuenta los puntos situados a una distancia mayor de 2 filas o columnas, para los cuales la función de ponderación vale cero. En la bibliografía pueden encontrarse un buen número de métodos similares al presentado anteriormente, donde cambian los valores de las funciones con el fin de conseguir resultados con características especiales como la conservación de la varianza o la eliminación de algunos problemas indeseables (Colwell, 1983:736; Erdas, 1991:163).

Los algoritmos interpoladores son de uso general para muchas de las aplicaciones de los MDE, tales como el levantamiento de perfiles topográficos o el análisis de la intervisibilidad, por lo que deben incluirse como una rutina disponible para programas posteriores. Las rutinas que se presentan a continuación realizan las operaciones de interpolación por el método bilineal y cúbico.

---

**Z\_BILINEAL** (P:Punto3D)  
Realiza una interpolación por el método bilineal

---

ARGUMENTOS  
P : punto problema (sus valores de coordenadas están almacenadas en P.X y P.Y y el valor estimado de altitud se almacenará en P.Z)

LOCALES  
DX, DY : distancias a los datos (real)

---

I, J : fila y columna de referencia (entero)

GLOBALES  
Z : matriz con el MDE (MatrizMD)

---

```

BEGIN
I ← INT(P.Y)
J ← INT(P.X)
IF DENTRO (I,J,0) THEN
  BEGIN
    DX ← P.X-J
    DY ← P.Y-I
    P.Z ← ROUND((1-DX)*(1-DY)*Z[I,J]+DX*(1-DY)*Z[I,J+1]
      +(1-DX)*DY*Z[I+1,J] + DX*DY*Z[I+1,J+1])
  END
ELSE P.Z ← -1.0
END

```

---

El algoritmo anterior utiliza una rutina auxiliar denominada DENTRO cuya función es comprobar si el punto problema se encuentra dentro del modelo. Las estructuras de datos PUNTO3D y MATRIZMD se encuentran descritas en el apéndice final y en Felicísimo (1992:217 y siguientes). En cuanto a la interpolación cúbica, el algoritmo siguiente devuelve un valor interpolado usando los coeficientes propuestos por Park y Schowengerdt (1982).

---

**Z\_CUBICA** (P:Punto3D)  
Realiza una interpolación por el método bicúbico. La función PARK2 realiza la interpolación para conjuntos de 4 datos.

---

ARGUMENTOS  
P : punto problema (sus valores de coordenadas están almacenadas en P.X y P.Y y el valor estimado de altitud se almacenará en P.Z)

LOCALES  
V, W : vectores con los valores utilizados en un proceso de interpolación con 4 datos (Vector1D)

---

D : distancias a los datos (real)

---

I, J : fila y columna de referencia (entero)

---

K, F, C : auxiliares (entero)

GLOBALES  
Z : matriz con el MDE (MatrizMD)

---

```

FUNCION PARK2 (V : Vector1D; D : real): real
VARIABLES
  IP : índice (integer)
  KP, ZP : auxiliares (real)
  FP : coeficientes (Vector1D)
BEGIN
KP ← 1.0+D
FP[1] ← (4.0-8.0*KP+5.0*KP^2-KP^3)/2.0
KP ← D
FP[2] ← 1.0-(5.0*KP^2-3.0*KP^3)/2.0
KP ← 1.0-D
FP[3] ← 1.0-(5.0*KP^2-3.0*KP^3)/2.0
KP ← 2.0-D
FP[4] ← (4.0-8.0*KP+5.0*KP^2-KP^3)/2.0
ZP ← 0.0
FOR IP=1 TO 4 DO ZP ← ZP+FP[IP]*V[IP]
PARK2 ← ZP

```

---

```

END
=====
BEGIN
I ← INT(P.Y)
J ← INT(P.X)
IF DENTRO(I,J,2) THEN
  BEGIN
  D ← P.X-J
  FOR F=1 TO 4 DO
    BEGIN
    K ← I-2+F
    FOR C=1 TO 4 DO V[J] ← Z[K,J-2+C]
    W[F] ← PARK2(V,D)
    END
  D ← P.Y-I
  P.Z ← ROUND(PARK2(W,D))
  END
ELSE P.Z ← -1.0
END
=====

```

2. Se fija el número de puntos del perfil (su resolución en el plano XY).
3. Se calculan las coordenadas  $(x,y)$  de cada punto del perfil.
4. Se estima por interpolación la altitud  $z$  de cada punto  $(x,y)$

La rutina siguiente utiliza el procedimiento bilineal de interpolación presentado en el apartado anterior para realizar la última fase del levantamiento del perfil; caso de desear otro método de interpolación, la llamada a la subrutina `Z_BILINEAL` debe sustituirse por `Z_CUBICA`. Se supone que el número de puntos del perfil incluye los puntos inicial y final.

## 6.2 Trazado de perfiles y análisis de intervisibilidad.

### 6.2.1 Perfiles topográficos.

La realización de perfiles topográficos es una aplicación del cálculo de valores puntuales de altitud, presentado en el apartado anterior. El problema se descompone habitualmente en los siguientes pasos:

1. Se definen los puntos inicial y final del segmento rectilíneo sobre el que se levantará el perfil topográfico.

---

```

PERFIL (S : Segmento2D; V : Vector3D; NP : entero)
Realiza el levantamiento de un perfil sobre segmento S

```

---

```

ARGUMENTOS
  S : segmento con los puntos inicial y final del perfil
  V : vector resultado, con las coordenadas (x,y,z) de los
    puntos que definen el perfil
  NP : número de puntos del perfil

```

---

```

LOCALES
  I : índice (entero)
  DX, DY : auxiliares (real)
  INCRX, INCRY : incrementos de X e Y entre los puntos del
    perfil (real)
  P : variable intermedia (Punto3D)

```

---

```

GLOBALES
  Z : matriz con el MDE (MatrizMD)

```

---

```

BEGIN
DX ← S[1].X-S[2].X
DY ← S[1].Y-S[2].Y
INCRX ← DX/(NP-1)
INCRY ← DY/(NP-1)
FOR I=1 TO NP
  BEGIN
  P.X ← S[1].X-((I-1)*INCRX)
  P.Y ← S[1].Y-((I-1)*INCRY)
  Z_BILINEAL (P)
  V[I].X ← P.X
  V[I].Y ← P.Y
  V[I].Z ← P.Z
  END
END

```

---

La rutina anterior calcula exclusivamente perfiles definidos por un segmento rectilíneo. La generalización de este método permite el levantamiento de perfiles siguiendo líneas quebradas, que no son más que conjuntos de segmentos conectados, por lo que basta con ejecutar iterativamente la rutina perfil con los cambios adecuados en las coordenadas de los puntos inicial y final.

### 6.2.2 *Intervisibilidad entre dos puntos.*

El cálculo de la intervisibilidad entre dos puntos es una aplicación que utiliza el método de levantamiento de perfiles como base para una etapa posterior de análisis. Esencialmente, la solución al problema de si dos puntos están conectados por una línea visual consiste en la construcción del perfil topográfico que los une y el análisis posterior de los puntos intermedios para comprobar si su altitud intercepta la línea visual. El proceso sigue los pasos siguientes:

1. Se fijan los puntos a analizar  $P(i)$ ,  $P(j)$ .
2. Se realiza el perfil topográfico entre ambos, que consta de  $n$  puntos.
3. Se toma un punto  $P(k)$  del perfil (comenzando por el más próximo a  $P(i)$ ) y se comprueba si intercepta la línea visual entre  $P(i)$  y  $P(j)$ . Pueden ocurrir tres casos:
  - 3.1  $P(k)$  intercepta la línea visual: no existe intervisibilidad; fin del análisis.
  - 3.2  $P(k)$  no intercepta la línea visual y  $k=n-1$  (es el inmediato anterior a  $P(j)$ ): existe intervisibilidad entre  $P(i)$  y  $P(j)$ ; fin del análisis.
  - 3.3  $P(k)$  no intercepta la línea visual y  $k < n-1$  (no es el inmediato anterior a  $P(j)$ ): se toma el punto siguiente,  $P(k+1)$  y se repite el análisis desde el punto 1.

El análisis de ocultamiento de la línea visual por un punto depende de la altitud de dicho punto  $Z(k)$  y de la correspondiente a la línea visual



en el mismo lugar. Si  $Z(k)$  es mayor, el punto intercepta la línea visual. El análisis puede realizarse de varias formas, entre las que se propone la siguiente:

1. Se calcula la pendiente de la línea visual (ángulo con respecto a la horizontal) desde el punto inicial al final:  $tany_v$  (el uso de la tangente es ventajoso para el cálculo, como puede verse en la rutina INTERVIS ya que se deduce de los datos sin necesidad de efectuar operaciones trigonométricas).
2. Se calcula la pendiente equivalente entre el punto inicial y el punto problema (que forma parte del perfil):  $tany_p$
3. Se comparan las pendientes: si  $tany_v > tany_p$  no existe intercepción, en caso contrario, el punto problema intercepta la línea visual y no existe intervisibilidad.

El cálculo de intervisibilidad entre dos puntos puede realizarse mediante la rutina, que se muestra a continuación. Si se comprueba que los dos puntos están visualmente conectados, la variable lógica OCULTA toma el valor falso. Obsérvese que los puntos problema se introducen como un SEGMENTO2D, ya que inicialmente sólo se conocen las coordenadas en el plano XY. Los valores de altitud se calculan en la rutina PERFIL, donde se construye el perfil topográfico entre ambos puntos.

---

```

INTERVIS (S : Segmento2D; OCULTA : lógica)
Calcula si dos puntos están conectados visualmente.

```

---

```

ARGUMENTOS
  S : segmento con los puntos inicial y final de la línea vi-
    sual.
  OCULTA : señal que toma el valor cierto si no existe inter-
    visibilidad y falso en caso contrario

```

---

```

LOCALES
  DIST1, DIST2 : distancias entre puntos (real)
  TG1, TG2 : tangentes de los ángulos (real)
  V : perfil entre los puntos problema (Vector3D)
  NP : número de puntos del perfil (entero)
  I : auxiliar (entero)

```

---

```

GLOBALES
  Z : matriz con el MDE (MatrizMD)

```

---

```

BEGIN
DIST1 ← SQRT ((S[1].X-S[2].X)^2+(S[1].Y-S[2].Y)^2)
NP ← ROUND(DIST1)
IF DIST1>1 THEN
  BEGIN
  PERFIL (S,V,NP)
  TG1 ← (V[NP].Z-V[1].Z)/DIST1
  I ← 1
  OCULTA ← FALSE
  REPEAT
    I ← I+1
  IF (I=1 OR I=NP) THEN OCULTA ← FALSE ELSE
    BEGIN
    DIST2 ← SQRT ((V[1].X-V[I].X)^2+(V[1].Y-V[I].Y)^2)
    TG2 ← (V[I].Z-V[1].Z)/DIST2
    OCULTA ← TG1<TG2
    END

```

```

UNTIL OCULTA OR I=NP
END
ELSE THEN OCULTA ← FALSE
END

```

---

### 6.3 Identificación de cuencas visuales.

La generalización del análisis de intervisibilidad entre dos puntos expuesto en el apartado anterior permite la construcción de cuencas visuales. En el contexto de los MDT, la cuenca visual de un punto base o foco se define como el conjunto de puntos de un modelo con los cuales este punto base está conectado visualmente. La construcción de cuencas visuales tiene gran interés en los estudios de impacto visual, ya que constituye un paso imprescindible para evaluar la influencia de una acción sobre su entorno desde el punto de vista paisajístico. Otra posible aplicación es la determinación de puntos idóneos para la instalación de estaciones emisoras, especialmente en zonas donde el relieve puede ser un factor limitante de importancia.

La construcción de la cuenca visual de un punto es una labor de cálculo intensivo ya que implica la realización de numerosos análisis de intervisibilidad entre dos puntos. El método más simple para la construcción de la cuenca visual de un punto es la realización del análisis para cada punto del modelo: se toma como punto inicial,  $P(i)$ , el foco o punto problema y se barre el modelo tomando tantos  $P(j)$  como puntos tenga éste. En este caso se consigue la máxima precisión ya que existe un análisis específico para cada punto, pero el tiempo de ejecución puede ser muy elevado (en función del número de puntos del modelo y de la visibilidad del foco), y gran parte de los análisis son redundantes.

La conveniencia de reducir la complejidad de las operaciones recomienda acotar el problema mediante limitaciones bien en el área, bien en la precisión de la búsqueda. El área puede reducirse mediante la defi-

nición de un radio de búsqueda de dimensiones limitadas. Otra aproximación diferente es aquélla en la que los perfiles se trazan radialmente a intervalos angulares predefinidos. Si se desea una búsqueda rápida, debe fijarse un intervalo angular moderadamente grande y un radio de búsqueda pequeño: por ejemplo, un incremento de  $1^\circ$  genera 360 perfiles radiales al foco, dentro de los cuales sólo se calculará la intervisibilidad para los puntos cuya distancia al centro sea menor o igual al radio de búsqueda.

La generación de perfiles radiales es una solución mucho más económica pero plantea algunos problemas prácticos, especialmente cuando se analizan los puntos más alejados del foco. En este caso, es frecuente la aparición de bandeados radiales debido a que la separación entre los perfiles llega a ser mayor que el espacio entre filas y columnas. Por este mismo motivo suelen aparecer puntos no analizados de carácter ambiguo a los que resulta difícil asignar posteriormente a una de las dos categorías (dentro o fuera de la cuenca visual).

La rutina que se presenta a continuación realiza los cálculos de la cuenca visual de un punto del MDE analizando punto a punto la totalidad del modelo. Se trata del método más costoso en tiempo de ejecución pero garantiza una "máscara sólida" como resultado. Este queda almacenado en una matriz de la misma dimensión donde los puntos de la cuenca visual tienen un valor 1 mientras que a los que no pertenecen a ella se les asigna el valor 0.

---

```

CUENCA_VISUAL (P : Punto2MD)
Calcula la cuenca visual del punto P

```

---

```

ARGUMENTOS
  P : punto problema o foco
LOCALES
  S : puntos de la línea visual (Segmento2D)
  I, J: auxiliares (entero)
  OCULTA : auxiliar (lógica)
GLOBALES
  Z : matriz con el MDE (MatrizMD)
  ZC : matriz resultado (MatrizMD)
  NFIL, NCOL : filas y columnas del MDE (entero)

```

---

```

BEGIN
ZC ← 0
S[1].X ← P.C
S[1].Y ← P.F
FOR I=1 TO NFIL DO
  FOR J=1 TO NCOL DO
    BEGIN
      ZC[I,J] ← 1
      S[2].X ← J
      S[2].Y ← I
      INTERVIS (S, OCULTA)
      IF OCULTA THEN V[I,J] ← 0
    END
  END
END

```

---

Se ha realizado un ensayo de delimitación de cuencas visuales que ilustra una de las aplicaciones de mayor interés del análisis: la cobertura radiométrica de una estación emisora; para ello se ha calculado la cuenca

visual de un punto situado a 50 m sobre el pico Gamoniteiro (1786 m, Sierra del Aramo), lugar donde actualmente está ubicado el principal centro reemisor de TV de Asturias. El resultado se muestra en la Figura 6.3, con un ámbito limitado a un entorno de 50 km de radio. En la Figura 6.4 se muestra el área equivalente de un punto situado sobre el pico Gamonal (1712 m), también ubicado en la sierra del Aramo y donde actualmente no existe infraestructura radioeléctrica. Ambos ejemplos se han realizado a partir del MDT200 de Asturias, del Instituto Geográfico Nacional. Del análisis de las cuencas visuales pueden establecerse conclusiones sobre la idoneidad de la actual ubicación del reemisor frente a la cercana alternativa que proporcionaba el pico Gamonal. A título indicativo, señalaremos que el área cubierta por este último es de 1653 km<sup>2</sup>, mientras que el Gamoniteiro cubre una zona de 1249 km<sup>2</sup>; la diferencia entre ambos es, por tanto, de 404 km<sup>2</sup>.

Obviamente, en este análisis no se han considerado fenómenos como la reflexión o la refracción de las ondas, que pueden permitir la recepción de la señal radioeléctrica en algunos puntos situados en zonas de sombra.

El análisis de cuencas visuales puede utilizarse para la evaluación del impacto visual de actuaciones con efectos negativos sobre el paisaje. En este sentido, puede ser útil la creación de modelos de visibilidad, donde cada punto tiene asignado un valor proporcional a la extensión de su cuenca visual. Un modelo de este tipo puede servir de base objetiva para la toma de decisiones ya que permite conocer y comparar con fiabilidad la incidencia visual de las alternativas existentes.

Figura 6.3.- Cuenca visual de un punto situado a 50 m sobre la superficie del Pico Gamoniteiro (Sierra del Aramo, Asturias), donde actualmente está ubicado el principal centro reemisor de TV de la región. La cuenca visual, calculada exclusivamente para la zona central de Asturias, tiene una extensión de 1249 km<sup>2</sup>, con un área de sombra notable sobre los concejos de Grado, Santo Adriano, Proaza y Yernes y Tameza. El modelo utilizado es el MDT200 del Instituto Geográfico Nacional.

FIG6-3.TIF

Figura 6.4.- Cuenca visual calculada con los mismos parámetros que la anterior pero con el foco sobre el Pico Gamonal, unos 5 km al Noroeste del Gamoniteiro. El área cubierta tiene una extensión de 1653 km<sup>2</sup>, un 32% superior a la mostrada en la Figura 6.4. A falta de análisis más completos, estos datos sugieren que el Pico Gamonal puede ser una ubicación más adecuada para estaciones reemisoras que el Pico Gamoniteiro. El modelo utilizado es el MDT200 del Instituto Geográfico Nacional.

FIG6-4.TIF

## 6.4 Visualización del relieve y modelos de reflectancia.

A pesar de las posibilidades de tratamiento numérico que permiten los MDE, siempre es deseable poder ofrecer directamente una buena representación sintética del relieve para permitir una interpretación visual. Este aspecto ha sido destacado, entre otros, por Battenfield y Mackaness (1991:427), indicando que "la visualización es un importante componente de cualquier esfuerzo para comprender, analizar o explicar la distribución de fenómenos en la superficie de la tierra, y toma importancia creciente según los volúmenes de datos se hacen menos manejables".

La representación del relieve plantea algunos problemas prácticos para permitir una interpretación directa y sencilla de los elementos topo-

gráficos. El relieve en los modelos digitales se expresa en términos de elevación sobre un nivel de referencia, por lo que su traspaso a una superficie bidimensional, como un papel o una pantalla gráfica, no puede realizarse de forma completa y es necesario acudir a simplificaciones de diversos tipos.

En principio, los valores de altitud pueden codificarse directamente en una escala de grises, donde el menor valor correspondería al negro y el mayor al blanco. La apariencia visual de este tipo de representaciones es interpretable, pero hace difícil la localización precisa de los elementos del relieve. Un caso similar lo plantea la presentación de los valores de pendiente que, en los mapas convencionales, suele hacerse más con criterios visuales para facilitar la interpretación que intentando representar fielmente los valores reales (en Keates, 1988:167-179, se muestra una discusión general de la representación del relieve por métodos convencionales). Esto es debido a que la interpretación de las representaciones topográficas se realiza inevitablemente con hábitos estrechamente relacionados con los patrones de iluminación cotidianos, que si no se tienen en cuenta en estos casos harán difícil la interpretación.

Debido a esta dependencia psicológica es deseable desarrollar métodos que permitan una simulación de la apariencia real de una superficie cuando es iluminada por una fuente de luz. Si ésta es direccional y dirigida oblicuamente desde una dirección adecuada, y el modelo tiene una resolución aceptable, la apariencia de la superficie puede ser suficientemente convincente. Los bloques diagrama son uno de los resultados más notables de este tipo de representaciones. Frente a la trabajosa construcción manual, obligatoria hasta hace pocos años, los MDE permiten actualmente una construcción automática sin excesivas dificultades, lo que tiene especial interés como material didáctico. En la Figura 6.5 se muestra un ejemplo de ello, extraído del modelo MDE100 del valle de Degaña.

Figura 6.5.- Simulación de una vista tridimensional del modelo MDE100, del valle de Degaña, observado desde el Noroeste a una altura de 2500 m. Esta figura ilustra el interés didáctico de la visualización del relieve que, con los medios actualmente disponibles, puede realizarse con relativa sencillez y niveles de calidad notables.

### FIG6-5.TIF

Aparte del indudable interés didáctico de la visualización del relieve, existen otras aplicaciones específicas que han aparecido y se han desarrollado simultánea y paralelamente con el uso de los modelos digitales. Una de ellas es la elaboración de **modelos de reflectancia** o de brillo aparente, surgida en el ámbito de la teledetección y de la visión artificial. Se trata de un caso particular de visualización, definido principalmente por dos propiedades:

- la vista es cenital: el punto de vista está a una altitud infinita sobre el centro del modelo.
- el valor correspondiente a cada pixel o elemento del modelo se asigna mediante algoritmos que simulan la apariencia real de la superficie frente a condiciones específicas de iluminación (brillo aparente, de donde se deriva la denominación MDB que se adopta aquí para estos modelos).

La modelización del brillo aparente de una superficie, generando un MDB, proporciona un método apropiado para la representación del relieve con el que las formas topográficas pueden ser interpretadas con facilidad, aunque no sea posible proporcionar datos explícitos sobre los valores de la altitud. El valor del brillo aparente se calcula para cada punto del MDE mediante operadores locales y los resultados son codificados a una escala de grises de acuerdo con la intensidad de la luz reflejada. Los factores influyentes son diversos (Felicísimo y García-Manteca, 1990:211-212) pero, en el caso tratado aquí, pueden reducirse a los siguientes:

- localización, naturaleza e importancia relativa de las fuentes de iluminación: para una representación visual del relieve suele definirse una única fuente de iluminación direccional. No obstante, si se desea una representación más realista, puede añadirse una fuente de luz hemisférica para simular la luz difusa. La contribución de cada fuente al total de iluminación debe establecerse buscando una representación real y efectiva.

- exposición de la superficie del MDE: en cada punto del modelo deben definirse los parámetros necesarios para conocer la situación de la superficie frente a las fuentes de luz. Esto se realiza mediante los valores de pendiente y orientación o mediante el valor del gradiente.

- tipo de reflectancia de la superficie: existen básicamente 3 modelos de reflectancia para las superficies naturales. El primero es el modelo lambertiano, propio de superficies perfectamente difusoras, donde el brillo aparente no depende de la posición del observador. El segundo es el modelo especular, donde la luz reflejada lo hace en un único ángulo de salida, igual al ángulo de incidencia. El tercero es el modelo de Minnaert, donde existe un coeficiente  $k$  que controla la difusividad de la superficie.

En realidad, los modelos especular y lambertiano son casos extremos del tercero, para los cuales  $k$  toma los valores 0 y 1, respectivamente. La reflexión especular domina sobre superficies planas y homogéneas, mientras que un aumento en la rugosidad del material hace aumentar el valor de  $k$  hasta el límite de 1, en el que la superficie es isotrópica.

En el terreno de la práctica, el modelo lambertiano es suficiente para una representación realista del terreno. Los modelos de Minnaert han sido tratados por diversos autores en el campo de la teledetección, donde se necesita que los resultados se ajusten de forma más precisa a las condiciones reales (Felicísimo *et al.*, 1991).

Para una fuente de luz direccional, la reflectancia de una superficie lambertiana depende básicamente de tres factores:

- **irradiancia**,  $E$ , medida en  $W m^{-2}$  y que representa el flujo incidente por unidad de área.

- **ángulo de incidencia** del vector de iluminación sobre la superficie (el flujo interceptado es máximo cuando la superficie es perpendicular al vector de iluminación).

- **albedo** de la superficie: porcentaje de luz reflejada y, por tanto, complementario del coeficiente de absorción.

El albedo de la superficie no tiene influencia en el modelo resultante ya que se considera constante para el conjunto de los datos. La irradiancia  $E$  es, en este caso concreto, un valor relativo pero tiene influencia en los resultados cuando se incorporan fuentes de luz suplementarias. Por este motivo, es recomendable incorporarlo en los algoritmos para permitir simular iluminaciones más complejas.

Denominando  $\vec{S}$  al vector de iluminación y  $\vec{P}_i$  al vector normal a la superficie en el punto problema  $i$ , la reflectancia ( $z_i$ ) es:

$$z_i = \frac{E}{P} \cdot \cos(\vec{P}_i \angle \vec{S})$$

La división de la irradiancia por  $\pi$  se debe a que la dispersión de la luz se realiza sobre un hemisferio (Horn y Sjoberg, 1979:1773). Si es necesario, los componentes del vector de iluminación pueden calcularse a partir de las coordenadas esféricas: azimut y elevación sobre el horizonte, notación frecuente para representar la posición del sol. Las expresiones que relacionan el azimut solar ( $\varphi_s$ ) y su elevación angular sobre el horizonte ( $\theta_s$ ) con los componentes del gradiente ( $s_{10}, s_{01}$ ) del vector  $\vec{S}$  son las siguientes:

$$s_{10} = -\cos j_s \cdot \tan\left(\frac{p}{2} - q_s\right) \text{ y } s_{01} = -\text{sen} j_s \cdot \tan\left(\frac{p}{2} - q_s\right)$$

Seguindo a los autores anteriores, la expresión práctica de cálculo de la reflectancia en un punto  $i$  del modelo es:

$$z_i = \frac{E}{P} \cdot \max \left[ 0, \frac{a_{10} \cdot s_{10} + a_{01} \cdot s_{01} + 1}{\sqrt{a_{10}^2 + a_{01}^2 + 1} \cdot \sqrt{s_{10}^2 + s_{01}^2 + 1}} \right]$$

La elección del valor máximo de las expresiones encerradas entre corchetes anula los cosenos negativos, que son indicadores de una situación de autoocultamiento, con ángulos de incidencia superiores a los  $90^\circ$ .

El uso de una única fuente de luz direccional produce imágenes interpretables pero con unos contrastes duros, donde las zonas con autoocultamiento aparecen completamente negras (valor de reflectancia nulo). Por este motivo, es recomendable incorporar una fuente de luz que simule la iluminación difusa de la atmósfera. La reflectancia para una fuente de luz hemisférica se calcula por una expresión más simple que la anterior (Horn, 1979:1777):

$$z_i = \frac{E}{2} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{a_{10}^2 + a_{01}^2 + 1}} \right]$$

Los siguientes algoritmos estiman el valor de reflectancia para un punto en función del ángulo de incidencia del vector de iluminación, supuesta una reflectancia lambertiana. Para una fuente de luz direccional:

---

```
FUNCION REFLDIR (A10, A01, S10, S01, E : real): entero
Estima el valor de brillo aparente de un punto del MDE para una
fuente de luz direccional.
```

---

## ARGUMENTOS

---

```
A10, A01 : valores del gradiente para el punto problema
```

---

```
S10, S01 : valores del gradiente para una superficie normal
al vector solar
```

---

```
E : irradiancia para la fuente de luz direccional
```

---

## LOCALES

```
NUM, DEN, VP : variables auxiliares (real)
```

---

## BEGIN

```
NUM ← 1.0+S10*(-A10)+S01*(-A01)
```

---

```
DEN ← SQRT(A10^2+A01^2+1.0)*SQRT(S10^2+S01^2+1.0)
```

---

```
VP ← NUM/DEN
```

---

```
IF VP<0.0 THEN VP=0.0 ELSE VP ← VP*E/π
```

---

```
REFLDIR ← ROUND(VP)
```

---

```
END
```

---

Para una fuente de luz hemisférica:

---

```
FUNCION REFLDIF (A10, A01, E : REAL): ENTERO
Estima el valor de brillo aparente de un punto del MDE para una
fuente de luz hemisférica.
```

---

## ARGUMENTOS

---

```
A10, A01 : valores del gradiente para el punto problema
```

---

```
E : irradiancia para la fuente de luz hemisférica
```

---

## BEGIN

```
REFLDIF ← E/2.0*(1.0+(1.0/SQRT(A10^2+A01^2+1.0)))
```

---

```
END
```

---

Para la construcción del modelo de reflectancia, las componentes directa y difusa deben ponderarse en función de las condiciones de iluminación en la realidad. Los resultados serán tanto más contrastados cuanto mayor sea el porcentaje de luz incidente correspondiente a la fuente direccional. Como ejemplo de esto, Felicísimo *et al.* (1992) utilizan unos valores de 800 para la luz direccional y 200 para la luz difusa en un estudio sobre el Sur de Asturias, apoyándose en datos radiométricos del Observatorio Meteorológico de Oviedo. La Figura 6.6 muestra el MDB del valle de Degaña obtenido aplicando las proporciones de luz mencionadas.

Figura 6.6.- Modelo digital de reflectancia del valle de Degaña (MDB100). La imagen ha sido creada simulando la posición solar existente el 21 de junio de 1986 a las 10.30 h TMG: un azimut de  $122.3^\circ$  y una altura del sol sobre el horizonte de  $56.1^\circ$ . Las proporciones de la iluminación directa y difusa han sido fijadas en un 80 y un 20% respectivamente, coincidiendo con las medidas efectuadas para esa fecha y hora en el Observatorio Meteorológico de Oviedo. Para esta modelización, la superficie se ha considerado perfectamente difusora (lambertiana). La elección de los parámetros ha sido condicionada por la existencia de una imagen digital tomada por el satélite Landsat-5 para la fecha y hora indicadas, con la que se ha hecho coincidir para realizar operaciones posteriores de corrección radiométrica.



Como ya se ha indicado, las aplicaciones de los modelos de reflectancia no se limitan a presentar vistas más o menos realistas del relieve. Un campo de aplicación reciente y en rápido desarrollo se refiere a la corrección radiométrica de las imágenes procedentes de teledetección, sometidas a fuertes contrastes de iluminación. Estos son especialmente

notables en terreno montañoso y cuando la trayectoria del sol sobre el horizonte es relativamente baja (Holben y Justice, 1980).

En este contexto, los MDB pueden ser utilizados para reducir el efecto del relieve, modificando los valores de reflectancia observada en la imagen en función de los predichos en el modelo. Para ello, éste debe construirse replicando las condiciones de iluminación existentes en el momento de la toma de la imagen lo más exactamente posible (azimut y elevación solares y proporciones de las componentes directa y difusa).

El proceso de corrección, una vez elaborado el MDB, comienza calculando el valor de reflectancia para una superficie horizontal ( $R_h$ ). A continuación se analiza el modelo pixel a pixel: se calcula valor de reflectancia para el punto problema  $i$  ( $R_p$ ), de gradiente ( $a_{10}, a_{01}$ ).

El cociente  $R_h/R_p = \mathbf{t}_p$  es una estimación del efecto topográfico para ese punto. El valor de  $\mathbf{t}_p$  (o más resumidamente  $\mathbf{t}$ ) puede ser mayor, igual o menor que la unidad, en función del valor del gradiente frente a las fuentes de luz y de la existencia de sombreado. Valores menores que 1, por ejemplo, sugieren una orientación preferente hacia la fuente de luz direccional y ausencia de ocultamiento topográfico.

Si se toman los valores digitales reales de la imagen de satélite  $R^L$ , la corrección de la reflectancia para eliminar el efecto topográfico se realiza de forma automática:

$$\hat{R}^L = R^L \cdot \mathbf{t} = R^L \cdot \frac{R_p}{R_h}$$

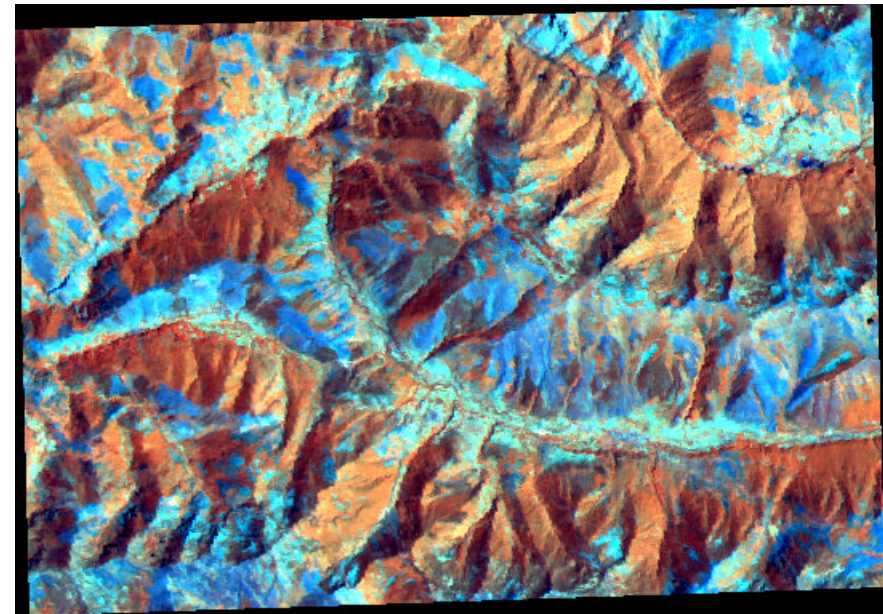
donde  $\hat{R}^L$  es el valor corregido en la imagen para el pixel que coincide con un punto del modelo de reflectancia para el cual se ha estimado un valor  $R_p$ .



Aplicando esta transformación, el valor observado para cada pixel se aumenta o disminuye proporcionalmente al efecto topográfico estimado a partir del modelo digital de elevaciones. Por tanto, las variaciones de reflectancia de la imagen resultante serán debidas en una mayor proporción al cambio de características de la cubierta superficial. La inspección visual de los resultados obtenidos muestra un cambio aparente de la imagen con respecto al original, tal como puede observarse en las Figuras 6.7 y 6.8.

El uso de este tipo de correcciones puede ser útil en operaciones de clasificación de las imágenes ya que disminuyen la varianza dentro de las clases, reflejándose en un mejor funcionamiento de los algoritmos de asignación. En efecto, ha sido comprobado que la corrección del efecto topográfico reduce la distancia espectral entre clases del mismo tipo de vegetación sometidas a diferentes condiciones de iluminación (Marquín et al., 1992:24). La comprobación de la influencia de la corrección en la clasificación multispectral puede realizarse mediante índices comparativos, usando un mapa de referencia elaborado independientemente. Los resultados muestran que el porcentaje de pixeles correctamente clasificados aumenta cuando la imagen ha sido corregida radiométricamente, aunque en proporción variable en función del método de clasificación utilizado y de la fragmentación de la vegetación (Felicísimo et al., 1991).

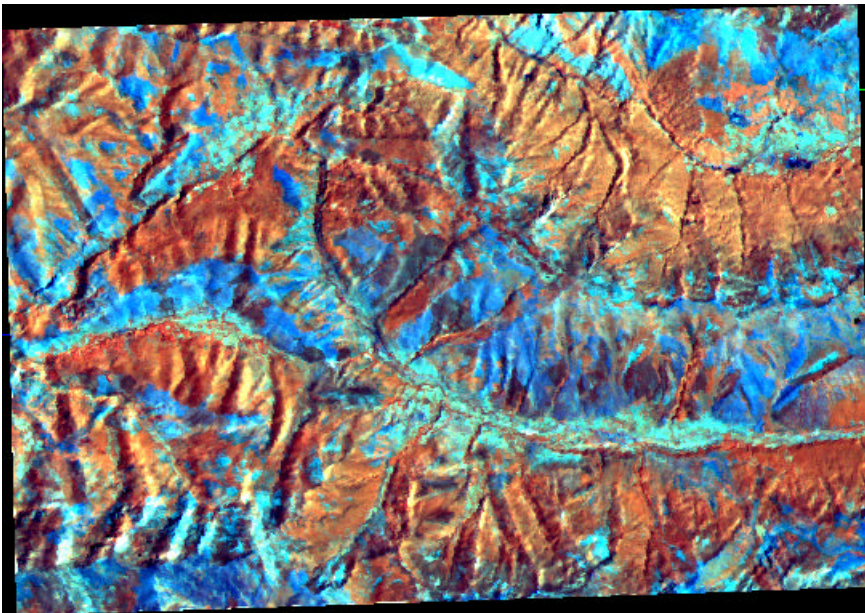
Figura 6.7.- Aspecto de una imagen multispectral procedente del sensor Thematic Mapper, transportado por el satélite Landsat 5. La imagen original se toma en 7 bandas distribuidas desde el azul hasta el infrarrojo térmico. En la figura, las bandas 4, 5 y 3 (infrarrojo cercano, medio y rojo, respectivamente) han sido asignadas a los colores primarios rojo, verde y azul con el fin de crear la imagen en falso color. Debido a la elección de las bandas, la vegetación activa destaca en rojo y las zonas desprovistas de cubierta vegetal en azul. La imagen ha sido corregida geoméricamente para una referenciación geográfica precisa pero sus valores radiométricos no han sido modificados, por lo cual se aprecian con claridad los efectos de sombreado debidos a la iluminación y a la topografía.



En la Figura 6.8 puede observarse la presencia de discontinuidades en algunos fondos de valle y crestas, donde las correcciones han sido sobre o subestimadas. Este tipo de problemas parece tener su origen en una inexacta superposición de modelos y bandas, motivada por la dificultad

de realizar la georreferenciación de las imágenes con precisiones iguales o inferiores al tamaño del pixel (25 m).

Figura 6.8.- La creación de modelos de reflectancia permite reducir el efecto topográfico en las imágenes multispectrales. La que se muestra en esta figura ha sido corregida mediante modelos de reflectancia elaborados con diferentes parámetros, en función de la longitud de onda media de cada banda. Comparando con la Figura 6.10, puede observarse una significativa reducción del efecto de sombreado aunque se mantienen irregularidades en algunos fondos de valles secundarios y crestas. Estos efectos parecen deberse a una inexacta superposición geométrica de imágenes y modelos.



## 7 LÍNEAS DE FLUJO, CUENCAS FLUVIALES Y MODELOS HIDROLÓGICOS

La actividad fluvial incluye un conjunto de procesos de gran importancia en el modelado de la superficie de la Tierra cuya unidad geomorfológica básica es la cuenca hidrográfica. Veremos en este capítulo que el tratamiento de los modelos digitales del terreno puede aportar resultados de interés en este campo basándose principalmente en la modelización de los procesos hidrológicos más simples.

En este contexto, deben definirse unos criterios básicos que sirvan de base para el tratamiento numérico posterior de los datos. El primero de ellos es el de **línea de flujo**, que puede definirse como el trayecto que, a partir de un punto inicial, sigue la línea de máxima pendiente. Una línea de flujo es una simulación simple del proceso de escorrentía superficial que, en un MDE, sólo debería finalizar en los supuestos de alcanzar una concavidad, desembocar en el mar o llegar al borde del modelo.

El segundo concepto de interés es el de **área subsidiaria**, definida como el conjunto de elementos del MDE cuyas líneas de flujo convergen en un punto único. Una cuenca hidrológica puede ser definida como un área subsidiaria en la que el punto que ejerce de sumidero tiene algunas características singulares (el área subsidiaria puede establecerse para cualquier punto del territorio, mientras que no todos los puntos son sumidero de una cuenca hidrológica). La definición de estas características puede realizarse con diferentes criterios, pero, en el caso presente, un punto del modelo se definirá como sumidero de una cuenca cuando cumpla una de las tres condiciones siguientes:

- se trate del punto de menor altitud de una concavidad (implica un posterior drenaje subterráneo o el relleno de la concavidad en caso de lluvia si es un terreno impermeable).
- se encuentre en el borde del modelo y todos sus vecinos drenen hacia él (supone una incertidumbre en la delimitación de cuencas que no están completamente incluidas en el modelo).
- esté situado en la línea de costa y drene al mar.

Habitualmente, las propiedades de una cuenca suelen definirse mediante el uso de índices que expresan básicamente las relaciones observadas empíricamente entre algunos parámetros morfológicos y los procesos hidrológicos existentes. Chorley (1969:78; en Mark, 1975:165) propone que las características de las cuencas y redes de drenaje pueden dividirse en propiedades geométricas, que incluyen las propiedades dimensionales (elevaciones, longitudes, áreas y volúmenes), y propiedades topológicas, que relacionan conjuntos de objetos de la red (como la relación de bifurcación, la densidad de cauces, etc).

Los índices descritos en la bibliográfica son muy abundantes (ver, por ejemplo, Gregory y Walling, 1973) y su revisión excede las pretensiones y posibilidades del presente trabajo. En este capítulo se ha preferido abordar aspectos más acordes con la explotación de los modelos digitales, especialmente aquéllos relacionados con la modelización de procesos y la identificación de los elementos básicos del sistema: red de drenaje y cuenca hidrográfica.

Se partirá de la elaboración de líneas de flujo para proponer posteriormente un método de delimitación de cuencas basado en el trazado de los mismos. Posteriormente, se presentarán algoritmos que permiten estimar valores de caudal para los elementos de la cuenca de una forma semicuantitativa; estos valores se usarán para proponer una sectorización objetiva de la red de drenaje de la cuenca.

Para la realización práctica de las aplicaciones se ha utilizado una parte del modelo MDE100 del valle de Degaña. Este submodelo, denominado MDE103, está constituido por 40000 datos, distribuidos en 200 filas

y 200 columnas con 25 m de separación entre ellas. Su origen (vértice superior izquierdo) tiene las coordenadas UTM siguientes:  $X=689076$ ;  $Y=4760020$  (Huso 29). El modelo incluye la zona del Alto de Tormaleo, con la cabecera de la cuenca del río Luiña, afluente del Ibias. La Figura 7.1 muestra una simulación tridimensional de la zona vista desde el Oeste, punto donde se localiza el sumidero de la cuenca principal.

Figura 7.1.- Representación gráfica del modelo de elevaciones del Alto de Tormaleo, según una vista tomada desde el Oeste. En ella pueden apreciarse los dos valles principales: el del río Ibias, al Norte (izquierda en la imagen) y el río de la Collada, subsidiario del anterior. El relieve ha sido exagerado por un factor de 2 para una mejor interpretación visual.

FIG7-1.TIF

## 7.1 Trazado de líneas de flujo.

El trazado de las líneas de flujo puede realizarse de acuerdo con criterios muy simples: partiendo de un punto del modelo, la línea de flujo se construye siguiendo el sentido de máxima pendiente hasta llegar a un sumidero, al borde del modelo o a la costa. Es posible, por tanto, su construcción de forma automática a partir de los datos del MDE.

En este sentido, la construcción de perfiles topográficos, tratada en el capítulo anterior, es una operación cualitativamente diferente al trazado de una línea de flujo ya que, en ésta última, se introduce una operación de decisión, tomada a partir de una modelización de un fenómeno físico. Esta modelización, aunque simple, representa un paso más en la explotación de los datos en los modelos digitales.

El proceso de construcción de una línea de flujo a partir de un punto inicial, es iterativo y consta de tres fases elementales:

1. Se fija el punto inicial de la línea,  $P(i)$ .

2. Se calculan las pendientes hacia sus 8 vecinos más próximos. Pueden darse 3 casos:
  - 2.1. Todas las pendientes son negativas (se trata de una concavidad): fin de la línea.
  - 2.2. Todas las pendientes son negativas y el punto está en el borde del MDE (la cuenca continúa probablemente fuera de los límites del MDE): fin de la línea.
  - 2.3. Se localiza al menos un punto con pendiente positiva: se elige el punto con pendiente máxima.
3. El punto elegido (pendiente máxima) se incorpora a la línea de flujo y se toma como base para volver al paso 2.

La rutina siguiente, denominada *HIDROPERFIL*, construye una línea de flujo con los criterios mencionados, almacenándolo en una estructura tipo *VECTOR3MD* para permitir su tratamiento posterior. Se define una rutina auxiliar, *MAXIPEN*, que localiza al vecino con máxima pendiente. Si el valor devuelto es el propio punto de entrada se entiende que no existe posibilidad de continuar el flujo y el perfil se da por terminado.

---

**HIDROPERFIL** (P : Punto2MD; V : Vector3MD; NP : entero)  
 Construye una línea de flujo con el criterio de máxima pendiente.

---

## ARGUMENTOS

---

P : punto inicial de la línea

---

V : vector resultado, con la situación (fila, columna, altitud) de los puntos de la línea

---

NP : resultado con el número de puntos de la línea

---

## LOCALES

---

MAXIPEN : subrutina que localiza al vecino con valor de máxima pendiente si existe

---

FINAL : indica la finalización de la línea (lógico)

---

EXISTE : indica si se ha encontrado un punto con pendiente positiva (lógico)

---

S : matriz de 3x3 para las operaciones (Entorno3)

---

## GLOBALES

---

NFIL, NCOL : número de filas y columnas del MDE (entero)

---



---

**MAXIPEN** (S : Entorno3; P : Punto2MD, EXISTE : lógico)

## ARGUMENTOS

---

S : matriz de 3x3 centrada en el punto problema

---

P : resultado que contiene el punto hacia el que drena

---

EXISTE: toma el valor *cierto* si el punto buscado existe y *falso* si no.

---

## LOCALES

---

I, J : índices (entero)

---

FSAL, CSAL : auxiliares (entero)

---

PMAX : pendiente máxima (real)

---

DIST : distancias (real)

---

PEND : pendientes (real)

---

## BEGIN

---

PMAX ← -10000.0

---

FSAL ← 2

---



---

CSAL ← 2

---

FOR I=1 TO 3 DO

FOR J=1 TO 3 DO

BEGIN

---

DIST ← SQRT((I-2)^2+(J-2)^2)

---

IF DIST=0.0 THEN PEND ← 0.0

ELSE IF S[I,J]<0.0 THEN PEND ← -1000000.0

ELSE PEND ← (S(2,2)-S(I,J))/DIST

IF PEND>PMAX THEN

BEGIN

---

PMAX ← PEND

---

FSAL ← I

---

CSAL ← J

---

END

END

EXISTE ← (PMAX>0.0)

---

P.F ← P.F-2+FSAL

---

P.C ← P.C-2+CSAL

---

END

---

BEGIN

NP ← 0

---

CREAV3 (P,S)

---

IF S[2,2]>-1 THEN FINAL ← FALSO

---

WHILE NOT FINAL THEN

BEGIN

---

NP ← NP+1

---

V[NP].F ← P.F

---

V[NP].C ← P.C

---

CREAV3 (P,S)

---

V[NP].Z ← TRUNC(S[2,2])

---

MAXIPEN (S,P,EXISTE)

---

---

```
FINAL ← NOT EXISTE
```

---

```
END
```

---

```
END
```

---

El algoritmo propuesto elabora la línea de flujo sin operaciones de interpolación por lo que la distancia entre los datos puede tomar únicamente dos valores: la unidad, en términos del MDE, cuando los datos están en la misma fila o columna, o bien  $\sqrt{2}$ , cuando están dispuestos en diagonal. Esto debe tenerse en cuenta en los programas de dibujo o presentación gráfica que puedan utilizarse, así como en el análisis estadístico de parámetros relacionados con la línea de flujo.

El trazado de la línea finaliza, bien cuando se alcanza el borde del modelo, bien cuando llega a una depresión o concavidad. Esta última situación puede reflejar formas reales (dolinas, por ejemplo) pero, en ocasiones, se origina por artefactos provocados por la naturaleza discreta de la información de altitud, circunstancia frecuente cuando los puntos del modelo describen valles angostos o cauces meandriformes con perfiles poco profundos (Carrara *et al.*, 1991:433).

El problema planteado por estos artefactos será tratado con más detalle en el apartado 7.3.1, ya que tiene importantes consecuencias cuando se generaliza el análisis de líneas de flujo para generar cuencas fluviales.

### 7.1.1 La matriz de códigos de flujo (CDF).

Dado que el sentido del flujo para un punto del modelo es una constante, es posible almacenar éstos en una matriz específica con una codificación adecuada. Disponer de este archivo permite un considerable ahorro de tiempo de proceso en operaciones posteriores, especialmente cuando los cálculos implicados en la rutina MAXIPEN deben repetirse numerosas veces como en algunas aplicaciones que se verán en los apartados siguientes.

Este archivo, que denominaremos de códigos de flujo (CDF) contiene una codificación de los posibles sentidos de la escorrentía superficial, reducidos a 9 valores: el 1 identifica los flujos en dirección al Norte; del 2 al 8, en sentido horario, del NE a NO respectivamente; finalmente, el 9 identifica las concavidades y zonas planas, en las que el flujo no es posible o queda indefinido.

La rutina que crea los códigos de flujo es similar a MAXIPEN y toma la forma siguiente:

---

```

FUNCION CODIGO_F (S : Entorno3): entero
Devuelve el valor del código de flujo

```

---

```

ARGUMENTOS
  S : matriz de 3x3 centrada en el punto problema
LOCALES
  I, J : índices auxiliares (entero)
  DIST, PEND, PMAX : variables intermedias (real)
  BORDE : define si el punto está en el límite del modelo (lógico)
  CODMAT : matriz con los códigos de flujo (matriz de 3x3 de enteros)

```

---

```

BEGIN
CODMAT ← ((8,1,2),(7,9,3),(6,5,4))
PMAX ← -1000.0
BORDE ← FALSO
FOR I=1 TO 3 DO
  FOR J=1 TO 3 DO
    BEGIN
      DIST ← SQRT ((I-2)^2+(J-2)^2)
      IF S[I,J]<0 THEN BORDE ← CIERTO
      IF DIST>0 AND S[I,J]>-1 THEN
        BEGIN
          PEND ← (S[2,2]-S[I,J])/DIST
          IF PMAX>PEND THEN
            BEGIN
              PMAX ← PEND
              FSAL ← I
              CSAL ← J
            END
          END
        END
      END
    END
  END
END
IF PMAX ≤ 0.0 THEN CODIGO_F ← 9

```

---

```

ELSE CODIGO_F ← CODMAT [FSAL,CSAL]
END

```

---

La matriz de códigos de flujo es similar al modelo de orientaciones agrupado por octantes pero no idéntica. El MDO indica el azimut de la línea de máxima pendiente basándose en los cuatro vecinos más próximos y se trata, por tanto, de una pendiente global del entorno del punto problema, mientras que los cálculos de MAXIPEN se aplican a una pendiente local, en la que se analiza individualmente cada vecino del punto sin que el valor del resto ejerza influencia sobre los resultados parciales. La Figura 7.2 muestra el aspecto de la matriz CDF para el MDE103.

Figura 7.2.- Representación de la matriz de códigos de flujo del modelo MDE103 del Alto de Tormaleo (MDE103). Los diferentes sentidos han sido codificados de acuerdo con la leyenda mostrada a la derecha del modelo.

### FIG7-2.TIF

En la Figura 7.3 se muestran las frecuencias relativas para cada sentido de flujo. En este caso no existen concavidades en el MDE ya que éste ha sido retocado para eliminarlas (ver Apartado 7.3.1).

Una vez construido el archivo de códigos, es posible evitar la aplicación de MAXIPEN para calcular una línea de flujo, reduciendo considerablemente el tiempo necesario para la operación. Para ello se utiliza la rutina LINFLUJO, que almacena los códigos en una matriz y usa el MDE para leer la altitud asociada a cada punto de la línea.

Figura 7.3.- Frecuencias para cada sentido de flujo en el modelo MDE103. No existen casos de concavidades ni zonas planas ya que el modelo ha sido sometido a un proceso previo de "relleno" con el fin de eliminarlas.

FIG7-3.A1

---

```

LINFLUJO (P : Punto2MD; V : Vector3MD; NP : entero)
Crea un vector con los puntos de una línea de flujo.

```

---

```

ARGUMENTOS
  P : punto origen de la línea
  V : vector que contiene la línea
  NP : número de elementos del vector V

```

---

```

LOCALES
  DF, DC : incrementos de la fila y columna actual hacia el
  punto siguiente de la línea de flujo (array [0..9] of en-
  tero)
  FINAL : indica el fin de la línea de flujo (lógico)
  CODIGO : auxiliar (byte)

```

---

```

GLOBALES
  CD : matriz de códigos de flujo (MatrizMD)

```

---

```

BEGIN
DF ← (-1,-1,0,1,1,1,0,-1,0)
DC ← (0,1,1,1,0,-1,-1,-1,0)
NP ← 0
FINAL ← FALSO
WHILE NOT FINAL DO
  BEGIN
  NP ← NP+1
  V[NP].F ← P.F
  V[NP].C ← P.C

```

---



---

```

V[NP].Z ← Z[P.F,P.C]
CODIGO ← CD[P.F,P.C]
IF ((DF[CODIGO]=0) AND (DC[CODIGO]=0)) THEN FINAL CIERTO
ELSE
  BEGIN
  P.F ← P.F+DF[CODIGO]
  P.C ← P.C+DC[CODIGO]
  IF (NOT DENTRO (P.F,P.C,0)) THEN FINAL ← CIERTO
  END
END
END

```

---

## 7.2 Identificación y caracterización de las cuencas de drenaje.

La identificación y delimitación de las cuencas puede considerarse una generalización del trazado de líneas de flujo, tratado en los apartados anteriores. El objetivo final es crear una matriz de las mismas dimensiones que el MDE donde cada punto tenga asignado un número, correspondiente a la cuenca a la que pertenece.

### 7.2.1 El problema de las concavidades.

El análisis de cuencas de drenaje presenta algunos problemas especiales que deben tenerse en cuenta para un buen funcionamiento de los algoritmos. Entre estas dificultades destaca la existencia formas cóncavas, en las que la línea de flujo finaliza al no encontrar pendientes positivas.

La existencia de una concavidad puede responder a una forma real del terreno pero, más frecuentemente, se deben a artefactos derivados de la construcción del MDE. Band (1986:16) los atribuye a los procesos de restitución fotogramétrica e indica que, salvo en zonas afectadas recién-



temente por procesos kársticos y glaciario, las depresiones pueden considerarse errores en los datos. Los algoritmos de interpolación usados en los procesos de transformación vector-*raster* también pueden producir este tipo de formas, especialmente cuando la distancia entre filas y columnas del modelo matricial es pequeña en comparación con la resolución del modelo vectorial.

La corrección de concavidades de los MDE ya existentes es difícil. Los métodos de corrección manual exigen una importante inversión en tiempo y están sometidos a los errores del operador. Por otra parte, los métodos automáticos habituales consisten en filtrados del MDE que no corrigen la totalidad de errores y pueden suavizar excesivamente el modelo (Hutchinson, 1989:213). La mejor solución consiste en eliminar el problema en origen, generando los MDE libres de este tipo de defectos. A este respecto, el autor anterior propone un método para la "rasterización" de los MDE vectoriales incorporando criterios que fuerzan la conectividad hidrológica. Su trabajo, sin embargo, parece ser aún poco conocido y es frecuente que los MDE contengan numerosos artefactos de este tipo.

La inexistencia de "pozos" en un modelo digital de elevaciones puede considerarse, en consecuencia, un requisito importante para evaluar su calidad (además, por supuesto, de unos valores de error moderados). Independientemente de su origen, las depresiones crean serios problemas para los algoritmos que dependen de un diseño conexo desde el punto de vista hidrológico. Aunque los presentados en este capítulo no necesitan obligatoriamente eliminar las concavidades para su funcionamiento, si éstas se deben a artefactos y no a formas del relieve reales, los resultados pueden resultar muy afectados.

Una solución que ofrece alguna garantía es el "relleno" artificial de las depresiones (Jenson y Domingue, 1988:1594), operación que puede realizarse mediante métodos diversos. En coherencia con el resto de los métodos presentados en este capítulo, se presenta un algoritmo basado en el trazado de líneas de flujo que simula verosímilmente el proceso real de inundación de las depresiones:

Se elige un punto  $P(i)$  del MDE.

② Se localiza el punto siguiente de la línea de flujo,  $P(i+1)$ . Pueden darse dos casos:

①  $P(i+1)$  existe: se incorpora a la línea y se continúa en el paso ②.

$P(i+1)$  no existe, lo que supone el fin de la línea. Pueden darse 2 casos:

1 · El punto  $P(i)$  es un límite del MDE: se elige un nuevo punto origen y se repite el proceso desde el paso .

2 · El punto  $P(i)$  no está en el límite del MDE: se busca la altitud menor de sus 8 vecinos, se asigna a  $P(i)$  la altitud mencionada más un metro, se elige un nuevo punto origen y se repite el proceso desde el paso .

Aplicando iterativamente el método anterior se consigue modificar paulatinamente la altitud de los puntos que forman una concavidad hasta forzar la conectividad hidrológica. El proceso modifica necesariamente el modelo de elevaciones original por lo que en algunos casos (zonas kársticas, por ejemplo) debe ser aplicado con precaución y los resultados deben interpretarse teniendo en cuenta el contexto en el que se obtienen.

### 7.2.2 La delimitación de cuencas de drenaje.

La delimitación de cuencas, supuesta la conectividad hidrológica, no debe presentar dificultades especiales. Uno de los algoritmos más citados en la bibliografía es el propuesto por Collins (1975), que opera de la forma siguiente:

1. Los puntos del MDE se ordenan en función de su altitud. El orden de dos puntos con el mismo valor de elevación no tiene importancia. A todos se les asigna un cero como número de cuenca.
2. Se localiza el punto  $P(i)$  de menor altitud del MDE. Se le asigna el número de cuenca 1.

3. Se localiza el punto siguiente de mínima altitud  $P(j)$  y se examinan los valores de cuenca de los 4 vecinos más próximos del mismo. Pueden ocurrir 3 casos:
  - 3.1. Uno o más tienen algún valor diferente de cero pero igual entre sí: al punto  $P(j)$  se le asigna este mismo valor. Se continúa en el paso 3.
  - 3.2. Ninguno de ellos tiene un valor previo diferente de cero: se le asigna a  $P(j)$  un nuevo número de cuenca. Se sigue en el paso 3.
  - 3.3. Dos o más tienen números de cuenca diferentes de cero y diferentes entre sí: el punto  $P(j)$  es una divisoria de cuencas por lo que se le asigna un valor especial. Se sigue en el paso 3.

Se ha comprobado que el algoritmo de Collins no funciona satisfactoriamente cuando se aplica en su forma original, aún en ausencia de pozos o artefactos similares, ya que es frecuente que los datos con la misma altitud no sean adyacentes, con lo que se multiplican las cuencas y las líneas divisorias, efecto especialmente notable si el análisis de los vecinos se realiza exclusivamente con los 4 más próximos como propone el autor (ver una crítica detallada en Douglas, 1986).

La elaboración de un método alternativo basado en la rutina básica de trazado de líneas de flujo es inmediata y presenta la ventaja de su simplicidad conceptual y de su similitud con los procesos existentes en la realidad. En este método, se les asigna inicialmente el valor de cuenca 0 a todos los puntos del MDE; a continuación se sigue el proceso siguiente:

1. Se elige un punto  $P(i)$  del MDE y se comprueba si está asignado a alguna cuenca. En caso afirmativo se continúa con el siguiente punto del modelo; en caso negativo se calcula su línea de flujo, compuesta por  $n$  puntos.
2. Se comprueba el valor de cuenca del último punto de la línea. Pueden presentarse dos casos:

- 2.1. El punto final de la línea no está asignado aún a ninguna cuenca (mantiene el valor 0): se asigna a todos los puntos de la línea un nuevo valor de cuenca y se inicia el proceso con el siguiente punto del MDE.
- 2.2. El punto final de la línea es diferente de cero, lo que implica que la línea de flujo comunica con una cuenca preexistente: todos los puntos pertenecientes a la línea actual se asignan a esa cuenca y se inicia el proceso en 1 con un nuevo punto del modelo.

El proceso continúa hasta que todos los puntos del MDE han sido barridos una vez. Puede notarse que todos los puntos se asignan a una cuenca, sin que existan puntos con códigos especiales (como las divisorias de cuencas en el algoritmo de Collins). El proceso es de ejecución relativamente rápida ya que se utiliza la matriz de códigos y sólo se traza la línea de flujo para puntos que no han sido asignados previamente a ninguna cuenca y, por tanto, mantienen el valor inicial de cero.

Aunque el método puede realizarse partiendo de cualquier punto del modelo, hemos comprobado que resulta preferible operar eligiendo los puntos por orden decreciente de altitud. De esta forma, los perfiles iniciales son los más largos y barren el mayor número de puntos del modelo. En este caso, debe solucionarse el problema de la ordenación de los elementos de un MDE en función de la altitud para lo cual, dado el elevado número de datos que suelen componer un modelo, es conveniente utilizar un método de elevada eficacia.

La rutina siguiente, CUENCA, realiza la asignación de cuencas trazando perfiles hidrológicos desde el punto más elevado, en orden decreciente de altitud.

---

**CUENCA** (Q : Vector3MD; CD, Z : MatrizMD)  
Crea una matriz a cuyos elementos se les asigna el número de cuenca fluvial o depresión a la que pertenecen

---

## ARGUMENTOS

---

Q : vector con los puntos ordenados por altitud

---

CD : matriz con los códigos de flujo

---

Z : matriz con la asignación de cuencas

---

## LOCALES

---

I, K: índices (entero)

---

V : vector de almacenamiento temporal (Vector3MD)

---

NP : número de elementos del vector V (entero)

---

NCUENCA : número de cuenca actual (entero)

---

LINFLUJO : rutina de cálculo de la línea de flujo

---

## GLOBALES

NFIL, NCOL : número de filas y columnas de las matrices (entero)

---

## BEGIN

NCUENCA ← 0

---

NPUNTOS ← NFIL\*NCOL

---

FOR I=1 TO NPUNTOS DO

IF Z[Q[I].F,Q[I].C]=0 THEN

BEGIN

---

P.F ← Q[I].F

---

P.C ← Q[I].C

---

LINFLUJO (P, V, NP)

---

IF Z[V[NP].F,V[NP].C]=0 THEN

BEGIN

---

NCUENCA ← NCUENCA+1

---

FOR K=1 TO NP DO Z[V[K].F,V[K].C] ← NCUENCA

---

END

ELSE

FOR K=1 TO NP-1 DO Z[V[K].F,V[K].C] ←  
Z[V[NP].F,V[NP].C]

---

END

END

---

El resultado del algoritmo anterior es una matriz con las cuencas de drenaje numeradas en función de la altitud máxima de su cabecera. En la Figura 7.4 se muestran las cuencas superpuestas al MDB del modelo de Tormaleo.

Figura 7.4.- Representación de las cuencas definidas en el MDE103 (superpuestas a un modelo de reflectancia), donde la escala de grises permite destacar la cuenca 2, la de mayor extensión en el modelo. Todas las cuencas finalizan en el borde del modelo debido a que éste carece de concavidades.

FIG7-4.TIF

### 7.2.3 Parámetros e índices de las cuencas.

Las características morfométricas de las cuencas han sido utilizadas para una definición funcional de las mismas desde hace varias décadas. El trabajo clásico de Horton (1932) es una muestra de ello, donde se proponen una serie de parámetros morfológicos significativos para el estudio de las cuencas. El intento de describir la naturaleza de los procesos hidrológicos de una cuenca (esencialmente dinámicos) mediante un conjunto de parámetros e índices es una tarea compleja y de resultados difícilmente generalizables. La dificultad del problema ha conducido a diversos autores a proponer un numeroso grupo de parámetros e índices que ocasionalmente pueden resultar redundantes, complementarios o con variaciones mínimas entre sí.

Aunque los modelos digitales pueden utilizarse para la obtención de algunos de ellos, he preferido incidir en el uso de información más acorde con las posibilidades que los MDE ofrecen y más difícil de obtener fuera de este contexto. Entre esta información se incluyen los estadísticos

de altitudes y pendientes (valores mínimos, máximos y medios), así como sus distribuciones de frecuencias.

De los parámetros e índices trataremos sólo algunos de los más sólidamente establecidos en la bibliografía y de claro significado. Entre ellos destaca el área de la cuenca,  $S$ , estimada a partir del número de puntos integrantes de la misma,  $n$ , y la distancia entre ellos,  $d$ :  $S = n \cdot d^2$ .

La forma de la cuenca es probablemente la propiedad de más compleja evaluación, debido a la ambigüedad de su definición y, consecuentemente, la dificultad de expresarla con cierta precisión. La estrategia seguida habitualmente consiste en la comparación de la cuenca con una forma de referencia, normalmente un círculo. De entre los posibles índices hemos retenido la razón de elongación,  $R_e$ , definida como el cociente entre el diámetro de un círculo con la misma área de la cuenca,  $D_0$ , y el diámetro de la misma,  $L_c$ .

El diámetro de la cuenca ha sido medido de diferentes formas en la bibliografía (ver Gregory y Walling, 1973:49), cada una de las cuales presenta su problemática específica. Una alternativa simple consiste en definir  $L_c$  como la distancia entre el punto de drenaje de la cuenca (de mínima altitud) y el más alejado de la misma en línea recta, lo que elimina decisiones subjetivas y evita usar las líneas de flujo como criterio suplementario. Sin embargo, esta opción sólo puede reflejar bien el funcionamiento de cuencas de morfología básicamente lineal. El tiempo de respuesta de una cuenca está mucho más relacionado habitualmente con la línea de flujo más larga (representativa del cauce principal), cuyo valor puede ser estimado sin dificultad reteniendo los valores máximos de la variable NP en el algoritmo CUENCA, presentado anteriormente. En cualquier caso, una vez definido el valor de  $L_c$ , la razón de elongación se obtiene mediante la expresión:

$$R_e = \frac{D_0}{L_c} \text{ donde } D_0 = 2\sqrt{\frac{S}{P}}$$

Se ha adoptado la razón de elongación frente a otros posibles índices, como el factor de forma de Horton o el de circularidad de Miller, debido a que permite obviar el cálculo del perímetro de la cuenca, parámetro algo más complejo de evaluar en los modelos matriciales, y a que los resultados son complementarios por lo que no se pierde información significativa (Romero y López, 1987:58).

Finalmente, es posible la descripción global de las cuencas usando algoritmos equivalentes a los presentados para el cálculo de los descriptores globales en los modelos. Aunque los resultados finales del análisis pueden incluir potencialmente un numeroso conjunto de descriptores, puede ser suficiente para la caracterización de las cuencas la información siguiente: superficie, número de puntos del modelo, valores mínimo, máximo y medio para la altitud y la pendiente, desnivel máximo, distancia máxima al punto de drenaje, razón de elongación y distribuciones de frecuencias para altitud y pendiente. La Figura 7.5 y la Tabla 7.2 muestran los resultados obtenidos para la cuenca 2, la más extensa del MDE103.

Tabla 7.2.- Parámetros e índices de la cuenca 2, extraída del MDE103 de Tormaleo.

CUENCA 2	V MÍN	V MÁX	MEDIA
SUPERFICIE (km <sup>2</sup> )	16,64		
NÚM. DE PUNTOS	26619		
ALTITUD (m)	673	1879	1217
PENDIENTE (°)	0	62	28
DESNIVEL (m)	1206		
DISTANCIA MÁXIMA (m)	5256		
PUNTO DE DRENAJE	(57,1)		

PUNTO MÁXIMA DISTANCIA	(138,195)
RAZÓN DE ELONGACIÓN	0,88

---

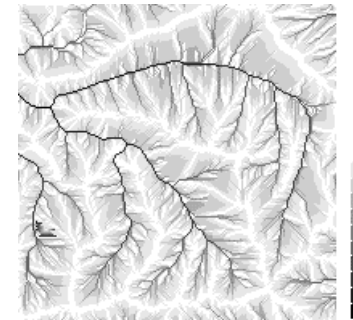
### 7.3 El modelo de caudales máximos, MDF.

La generalización del trazado de líneas de flujo permite calcular la extensión del área subsidiaria para cada punto del modelo. El proceso consiste en generar una línea de flujo para cada punto del MDE y actuar de forma que cada elemento del modelo adquiere el valor del número de líneas de flujo que pasan por él.

Este proceso implica que el valor final de un punto del modelo es proporcional a su área subsidiaria, es decir, al número de puntos que drenan hacia él desde las zonas de mayor altitud. La mayor parte de los puntos tendrán valores relativamente bajos, especialmente los situados en las zonas de cumbres y crestas y, en menor medida, los constituyentes de las laderas. En cambio, los flujos convergerán en los fondos de los valles y el valor irá aumentando progresivamente aguas abajo hasta alcanzar el valor máximo en el punto que ejerce de sumidero de la cuenca.

Este modelo, denominado MDF, representa los valores de caudal máximo potencial en cada punto, ya que éste tiene un valor proporcional al área subsidiaria, supuesto que se alcance una situación de equilibrio en el proceso. La situación de equilibrio llega cuando el número de ciclos elementales (paso de un punto a otro del modelo) ha sido suficiente para completar la línea de flujo más larga. En la realidad, el equilibrio llega cuando tras un periodo de lluvia suficientemente largo, la escorrentía superficial originada en el punto más alejado del sumidero de la cuenca ha tenido ya tiempo de pasar por el mismo.

Figura 7.5.- Modelo de caudales máximos, MDF, correspondiente al MDE103. La escala utilizada para la representación de los caudales es logarítmica en base  $e$ , con el fin de escalonar más adecuadamente el crecimiento de los valores. En blanco se han representado las zonas de crestas, cuyos valores de caudal máximo no superan el valor 2. El valor máximo del modelo aparece en el punto de drenaje situado en el tercio superior del margen izquierdo (color negro), donde confluyen finalmente las líneas de flujo de 26619 puntos del MDE.



La principal limitación de este tipo de modelización se debe a la reducción de todo el movimiento hídrico a la escorrentía superficial, sin considerar los procesos de retención de agua e infiltración. Puede señalarse, sin embargo, que completar el modelo incorporando este tipo de consideraciones es factible en el ámbito de los sistemas de información geográfica si se cuenta con datos complementarios (información geológica, edáfica y de vegetación).

El programa que genera el modelo de caudales máximos es sencillo ya que se reduce a la ejecución de la rutina LINFLUJO para cada punto y en la acumulación de una unidad a cada elemento incluido en la línea de flujo. El proceso puede modificarse introduciendo el factor temporal para conocer la evolución de los caudales en cada momento, hasta llegar al estado de equilibrio. Para ello, basta con interrumpir la acumulación en cada punto a intervalos adecuados o cuando cada línea de flujo ha alcanzado un longitud determinada. La mejor forma para ejecutar este proceso

es completar la rutina LINFLUJO para que genere una línea con número limitado de elementos.

## 7.4 Identificación y caracterización de la red de drenaje.

La identificación de la red de drenaje es un problema que ha sido frecuentemente abordado en el contexto de los modelos digitales. Un método clásico, propuesto por Peucker y Douglas (1975), se basa en un sencillo procedimiento de ámbito local: se aplica una ventana de 2x2 sobre el modelo marcando aquellos puntos de mayor altitud de cada grupo de cuatro. Cuando se ha finalizado el proceso, los puntos no marcados forman los fondos de valle. La ejecución es extremadamente rápida pero este método y otros similares, basados en procedimientos de detección locales, presentan el problema de no garantizar la continuidad de los elementos detectados ni, por tanto, la conectividad hidrológica.

El método que se presenta a continuación es, de nuevo, una generalización del trazado de las líneas de flujo, aprovechando que el proceso de estimación de caudales máximos presentado en el apartado anterior genera una red hidrográfica completa y conexa. Sin embargo, dado que todos los puntos del modelo pertenecen a la red, es necesario aplicar un criterio para trazar la frontera entre los cauces considerados como tales y las simples líneas de escorrentía.

El problema de definir qué se considera un cauce, como resulta previsible, no es nuevo y se plantea tanto en el contexto de los modelos digitales como en el trazado manual de la red hidrográfica. Su importancia es grande ya que del criterio utilizado depende el valor de índices de uso general y cuya significación es reconocida por los especialistas. Por ejemplo, la densidad de drenaje, definida por Horton (1932) como la longitud de cauces por unidad de área, depende directamente de la definición que se realice de cauce. La delimitación de la red de drenaje se ha realizado habitualmente a partir de la fotografía aérea y cartografía topo-

gráfica, pero la inclusión o no de cauces en los mapas se ha mostrado muy variable en función de las fechas y escalas de elaboración.

La razón subyacente a este problema es que la definición de cauce es principalmente morfológica y los mapas (y, por extensión, los modelos digitales) no siempre permiten apreciar las formas con el grado de detalle necesario. La aparición de cauces sobre el terreno en una situación real depende de numerosos factores, entre los cuales está la litología, la vegetación, el total de lluvias y su reparto temporal, etc. La dificultad de tener en cuenta simultáneamente todas estas variables obliga a efectuar una simplificación del problema cuando se desea trabajar en el contexto de los modelos digitales, para lo cual pueden proponerse al menos dos soluciones.

La primera consiste en la estimación de un valor de curvatura direccional a lo largo de la línea de flujo, fijando un valor umbral de concavidad para la definición del cauce. Esta solución es formalmente aceptable, pero debe tenerse en cuenta que, en función de las características del terreno analizado, la escorrentía concentrada puede generar formas indetectables para la resolución del MDE.

Otra solución alternativa es la selección de un valor umbral de caudal máximo potencial (o área subsidiaria), de forma que para valores menores las líneas de flujo no se incluyen en la red hidrográfica. Este método es automático en su ejecución pero, si se desea que el valor umbral para el caudal máximo tenga relación con los procesos reales, debe fijarse en función de las características de cada zona (geológicas, climáticas, etc.).

Si se acepta esta definición de los cauces por el valor de caudal potencial, es posible realizar una sectorización de los mismos basada en idéntico criterio. Para ello deben definirse, asimismo, valores umbral para los diferentes tramos, lo cual puede realizarse mediante una escala lineal simple o bien, más razonablemente, aplicando una transformación logarítmica para tener en cuenta el crecimiento exponencial del valor del caudal a lo largo de los cauces. Debe señalarse que este criterio es cualitativamente diferente a los métodos clásicos de sectorización mediante la asignación de órdenes a los cauces (Horton, 1945; Strahler, 1952). Un criterio similar al propuesto ha sido utilizado por Tribe (1991) para la delimi-

tación de cabeceras de valles, aunque introduciendo otras condiciones suplementarias (valor umbral para la pendiente, morfología de la zona, etc).

Figura 7.6.- Red hidrográfica simplificada generada a partir del MDE103. Por simplicidad sólo se incluyen los cauces de orden 5 o superior, es decir, con un área subsidiaria igual o superior a las 149 cuadrículas ( $93125 \text{ m}^2$  en este modelo).

### FIG7-6.AI

La Figura 7.6 muestra un esquema simplificado de la red hidrográfica resultante de aplicar el criterio de áreas subsidiarias. A partir del modelo de caudales máximos, los tramos se han definido de acuerdo con una codificación logarítmica (coincidente con la Figura 7.5) cuyos límites de clase son los siguientes: 0 (1-2), 1 (3-7), 2 (8-20), 3 (21-54), 4 (55-148), 5 (149-403), 6 (404-1096), 7 (1097-2980), 8 (2981-8103), 9 (8104-22026) y 10 (22027-59874).

## 8 SOMBRAS, INSOLACIÓN Y MODELOS DE IRRADIANCIA

Una de las múltiples divisiones que pueden hacerse de la climatología está condicionada por la escala del análisis. En función de ésta es posible distinguir desde una microclimatología, dedicada al estudio de las condiciones ambientales con dimensiones de metros o menores, hasta una climatología a escala planetaria, cuyo interés se centra en los movimientos de masas de aire y en las transferencias energéticas con dimensiones de centenares o miles de kilómetros.

Los climas locales ocupan un lugar intermedio entre ambos extremos, ya que se trabaja con resoluciones espaciales de decenas a centenares de metros. En las ciencias ambientales, los estudios sobre climas locales han estado tradicionalmente condicionados por su dependencia de medidas empíricas, tomadas en estaciones meteorológicas situadas sobre el terreno. En principio, los datos tomados en estas estaciones proporcionan una buena base para el estudio y caracterización del clima a escala local, especialmente cuando se trabaja con series de larga duración.

Los estudios climáticos, sin embargo, han reflejado algunos problemas, especialmente en zonas montañosas, de las que la Cornisa Cantábrica puede servir de ejemplo. Entre ellos destacan los siguientes:

- el número de estaciones meteorológicas suele ser escaso para discriminar variantes climáticas locales y establecer gradientes fiables.
- las series de medidas son muy heterogéneas en el aspecto temporal, lo que las hace difícilmente comparables entre sí.
- la fiabilidad de las series es muy variable, aspecto debido especialmente a que están atendidas mayoritariamente por personal voluntario con diferentes grados de formación y dedicación.

- la distribución sobre el terreno es poco representativa ya que, al estar estrechamente vinculadas a los núcleos de población, se localizan preferentemente en los fondos de los valles (con microclimas característicos) y a baja altitud.

Ante la ausencia de datos empíricos con un nivel de resolución adecuado, puede plantearse una forma de trabajo alternativa basada en la modelización de los procesos físicos de los que depende el clima local. En esta forma de trabajo, el modelo digital de elevaciones se utiliza como fuente básica de información, complementada posteriormente con datos auxiliares. La variable de mayor interés que puede ser estudiada mediante estos métodos es la radiación solar, que constituye la única entrada significativa de energía en los sistemas físicos y biológicos a esta escala. Como tal, condiciona una buena parte del resto de los factores climáticos (temperaturas, evapotranspiración, aridez, etc.) y ejerce una indiscutible influencia tanto en la dinámica de los ecosistemas naturales como en los cultivos (desde la producción y crecimiento hasta la distribución espacial).

En este capítulo se presentarán algunos métodos para la modelización de la radiación solar incidente sobre el terreno, basándose en la información del MDE complementada con datos auxiliares. De éstos, los más importantes se refieren a la trayectoria solar, por lo que comenzará definiendo las ecuaciones básicas que la definen. Posteriormente se tratará el problema del ocultamiento topográfico, dada la gran importancia de las sombras en las zonas de fuerte relieve. La generalización del análisis anterior nos permitirá construir algoritmos para estimar valores de insolación directa en unidades de tiempo. Finalmente, se abordará la influencia de la pendiente y orientación del terreno en la irradiancia, proponiendo métodos para realizar estimaciones válidas y aplicables de la misma en los estudios ambientales de escala local.

### 8.1 Ecuaciones básicas de la trayectoria solar.

Los parámetros que definen la trayectoria del sol constituyen datos externos imprescindibles para llevar a cabo la modelización de la radia-



ción solar. Este tipo de simulación tiene grandes similitudes con el problema de la creación de modelos de reflectancia, tratado anteriormente. En aquél caso, la localización de la fuente de luz direccional podía elegirse arbitrariamente, ya que sólo se trataba de construir una imagen realista del terreno iluminado. En el caso presente, sin embargo, la localización aparente <sup>10</sup> del sol depende de una serie de parámetros de los cuales los más importantes son: latitud del punto problema, declinación solar (variable según la época del año) y ángulo horario (dependiente de la hora del día).

La localización del sol se suele dar en coordenadas esféricas: azimut ( $\phi$ ) y altura sobre el horizonte ( $\gamma$ ), cuyas expresiones de cálculo son las siguientes:

$$\sin \gamma = \sin D \cdot \cos L + \cos D \cdot \sin L \cdot \cos H$$

$$\cos \phi = \frac{\cos L \cdot \sin D - \cos D \cdot \sin L \cdot \cos H}{\cos \gamma}$$

donde  $D$  representa la declinación solar,  $L$  la latitud geográfica del punto problema (positiva en el hemisferio Norte y negativa en el Sur) y  $H$  el ángulo horario.

La declinación solar para una determinada época del año puede determinarse a partir de tablas o, aproximadamente, mediante expresiones empíricas como, por ejemplo,  $D = 23.45 \cdot \sin[0.986 \cdot (284 + d)]$ , donde  $d$  es el ordinal del día del año, comenzando el 1 de enero. En este caso se asume que la expresión encerrada entre paréntesis, de la cual se calcula el seno, está expresada en grados sexagesimales.

Refiriéndonos siempre al hemisferio Norte, el ángulo horario suele tomarse como cero en el mediodía, cuando el azimut solar es de  $180^\circ$  y, por tanto, el sol está situado al Sur. Los ángulos son negativos hacia el

Este y positivos hacia el Oeste, con intervalos de  $15^\circ$  por hora: por ejemplo, cuando faltan dos horas para el mediodía, el ángulo horario es  $-30^\circ$ .

El algoritmo siguiente calcula los valores de azimut y elevación solar para un valor de declinación y latitud concretos, a intervalos angulares predefinidos (un intervalo de  $5^\circ$  equivale a 20 min). El resultado, ángulo, azimut y elevación, se almacena en una estructura VECTOR3D.

---

<sup>10</sup> el término *localización aparente* hace referencia a la situación de sol en un sistema de coordenadas local, centrado en un punto problema con una referenciación geográfica concreta.

---

**TRAYECTORIA** (DEC, LAT, INT: real; S: Vector3D; NP: entero)  
 Calcula la trayectoria del sol (azimut y elevación sobre el horizonte) a intervalos angulares predefinidos.

---

## ARGUMENTOS

DEC : declinación solar (radianes)  
 LAT : latitud del punto problema (radianes)  
 INT : intervalo (radianes)  
 S : vector con los resultados  
 NP : número de elementos de S

## LOCALES

I, J : auxiliares (entero)  
 IT : número de iteraciones (entero)  
 SIND, COSD, SINL, COSL, SINH, COSH : auxiliares (real)

---

BEGIN

NP ← 0

IT ← ROUND( $\pi$ /INT)

SIND ← SIN(D)

COSD ← COS(D)

SINL ← SIN(L)

COSL ← COS(L)

FOR I=-IT TO IT DO

BEGIN

NP ← NP+1

S[NP].X ← I\*INT

SINH ← SIN (S[NP].X)

COSH ← COS (S[NP].X)

S[NP].Z ← ARCSIN (SIND\*SINL+COSD\*COSL\*COSH)

    S[NP].Y ← ARCCOS ((COSL\*SIND-COSD\*SINL\*COSH)/  
      COS(S[NP].Z))    IF S[NP].Y ≤ 0.0 THEN S[NP].Y ← S[NP].Y+ $\pi$     IF S[NP].X > 0.0 THEN S[NP].Y ← 2\* $\pi$ +S[NP].Y

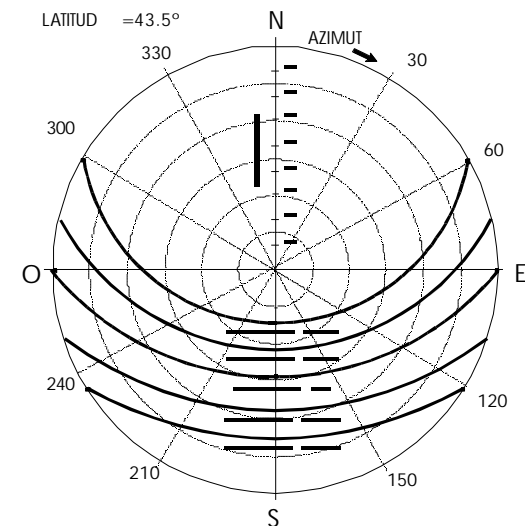
END

END

A partir del algoritmo anterior es posible obtener las horas de salida y puesta del sol (cambio del signo de la altura sobre el horizonte), así como el número de horas de sol del día (intervalo en el cual los valores de altura sobre el horizonte son positivos), aunque también existen expresiones sencillas para su cálculo directo (ver, por ejemplo, Swift, 1976:110).

La Figura 8.1 muestra la trayectoria solar correspondiente a varios periodos del año para una latitud de +43.5°, que corresponde aproximadamente a la latitud media de Asturias. En esta figura, los periodos están distribuidos simétricamente con respecto a los solsticios (Heywood, 1964) y pueden observarse las diferentes trayectorias del sol a lo largo del año.

Figura 8.1.- Diagrama de la trayectoria solar para una latitud de 43.5° (correspondiente a la latitud media de Asturias) y para 5 valores de declinación uniformemente repartidos a lo largo del año. En la figura puede observarse la evolución de la órbita solar aparente (local) entre el orto y el ocaso.



## 8.2 Análisis del ocultamiento topográfico.

La existencia de zonas de sombra es una variable de gran interés en regiones montañosas, donde el relieve puede ser el factor determinante más importante del clima local. El que un punto esté en sombra puede deberse a dos circunstancias: autoocultamiento y ocultamiento por el relieve circundante. La primera se produce cuando el vector normal a la superficie forma un ángulo superior a los  $90^\circ$  con el vector solar, como sería el caso, por ejemplo, de una ladera orientada al Norte, con pendiente de  $45^\circ$ , cuando el sol ilumina desde el Sur, elevado solamente  $30^\circ$  sobre el horizonte. Este primer caso es fácil de analizar ya que la existencia de autoocultamiento se deduce directamente del valor del ángulo de incidencia. El segundo caso es algo más complejo ya que se produce cuando el entorno de un punto proyecta una sombra sobre él, para unas posiciones determinadas del sol.

El problema del ocultamiento por el relieve circundante es equivalente al planteado para la identificación de cuencas visuales. La diferencia reside, en este caso, en que la situación del foco (sol) está muy alejada y se define en términos de azimut y altura sobre el horizonte. Las fases del análisis pueden plantearse de la forma siguiente:

1. Se elige el punto problema  $P(i)$ , definido por su fila y columna.
2. Se construye el perfil topográfico entre  $P(i)$  y un punto,  $P(j)$ , inmediatamente exterior al MDE situado sobre la línea del azimut solar.
3. A  $P(j)$  se le asigna la altitud correspondiente a la línea de trayectoria solar en ese punto (función de la distancia a  $P(i)$  y de la altura del sol sobre el horizonte).
4. Se realiza un análisis de intervisibilidad entre  $P(i)$  y  $P(j)$ . Pueden darse dos casos:
  - 4.1. Existe intervisibilidad entre los dos puntos:  $P(i)$  no está en sombra.

- 4.2. La línea visual entre  $P(i)$  y  $P(j)$  está interrumpida: existe ocultamiento topográfico de  $P(i)$  por algún punto de su entorno.

El levantamiento del perfil se realiza mediante un procedimiento similar al expuesto en la rutina PERFIL (apartado 6.2.1), cuya diferencia reside en que en este caso se desconoce la localización exacta del punto final  $P(j)$ , marginal al MDE. Aunque es posible el cálculo analítico, es más cómodo usar una rutina iterativa basada en el cálculo previo de los incrementos correspondientes a filas y columnas:

---

```

PERFILSOL (P:Punto2MD; ESCALA,AZ,AS: real; V:Vector3D;
NP:entero)
Traza un perfil topográfico sobre una línea de azimut solar

```

---

```

ARGUMENTOS
  P : punto a comprobar
  ESCALA: distancia entre filas y columnas del MDE
  AZ, AS : azimut y altura del sol sobre el horizonte (radia-
nes)
  V : vector resultado, con las coordenadas (x,y,z) de los
puntos del perfil
  NP : número de puntos del perfil
LOCALES
  INCF : cambio de fila para cada punto del perfil (real)
  INCC : id. de columna (real)
  DISTANCIA : distancia entre el punto inicial del perfil y el
punto actual
  Q : variable intermedia (Punto3D)
  FUERA : variable auxiliar (lógica)
GLOBALES
  Z : matriz con el MDE (MatrizMD)

```

---

```

BEGIN
INCF ← -COS(AZ)
INCC ← SIN(AZ)
DISTANCIA ← 0.0
NP ← 1
FUERA ← FALSO
Q.Y ← P.F
Q.X ← P.C
Z_BILINEAL (Q)
V[1] ← Q
REPEAT
  DISTANCIA ← DISTANCIA+1.0
  NP ← NP+1
  Q.Y ← Q.Y + INCF
  Q.X ← Q.X + INCC
  IF DENTRO (Q.Y,Q.X,0) THEN Z_BILINEAL (Q)

```

```

ELSE
  BEGIN
    Q.Z ← V[1].Z+(ESCALA*DISTANCIA*TAN(AS))
    FUERA ← CIERTO
  END
V[NP] ← Q
UNTIL FUERA
END

```

---

La rutina anterior calcula inicialmente la distancia entre puntos consecutivos del perfil (función del valor del azimut), separándola en los componentes de los dos ejes (filas y columnas, INCF e INCC). La distancia entre puntos consecutivos se ha definido igual a un intervalo entre filas y columnas, para mantener un buen nivel de precisión. De esta forma, la localización del punto  $P(k+1)$  del perfil se calcula sumándole a la fila y columna del anterior,  $P(k)$ , los incrementos correspondientes (positivos o negativos). Para cada nuevo punto del perfil se calcula la altitud mediante una rutina de interpolación. El proceso continúa hasta que el punto se sale del área del modelo, momento en el cual se calculan los valores de un punto auxiliar que será utilizado como foco en el análisis posterior de visibilidad.

El algoritmo que permite decidir si un punto está o no en sombra se construye de forma casi idéntica al INTERVIS (apartado 6.2.2):

---

**INTERSOMBRA** (V:Vector3D; NP:entero; ESCALA:real; SOMBRA: lógico)  
 Comprueba si un punto está afectado por ocultamiento topográfico.

---

ARGUMENTOS

V : vector con los puntos del perfil levantado sobre la línea de azimut  
 NP : número de puntos del perfil  
 ESCALA : distancia entre filas y columnas  
 SOMBRA : variable lógica que toma el valor cierto si existe ocultamiento topográfico

LOCALES

DIST1, DIST2 : distancias entre puntos (real)  
 TG1, TG2 : tangentes de los ángulos visuales (real)  
 I : variables auxiliar (entero)

---

BEGIN

```
DIST1 ← SQRT ((V[1].X-V[NP].X)^2+(V[1].Y-V[NP].Y)^2)
IF DIST1>1 THEN
  BEGIN
  TG1 ← (V[NP].Z-V[1].Z)/(DIST1*ESCALA)
  I ← 1
  SOMBRA ← FALSO
  REPEAT
    I ← I+1
    DIST2 ← SQRT ((V[1].X-V[I].X)^2+(V[1].Y-V[I].Y)^2)
    TG2 ← (V[I].Z-V[1].Z)/(DIST2*ESCALA)
    SOMBRA ← (TG1<TG2)
  UNTIL (SOMBRA OR (I>NP-2))
  END
END
```

---

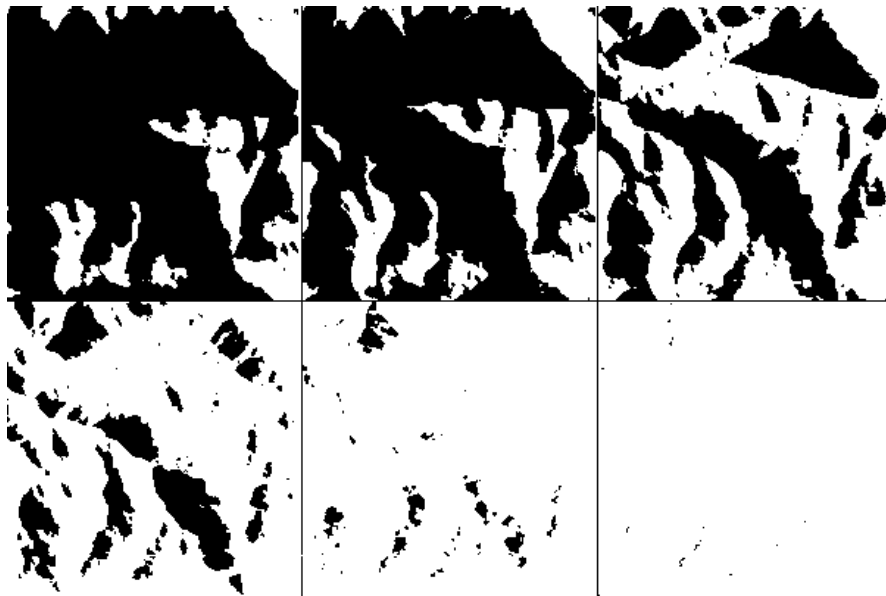
de puntos del MDE, es exigente en lo referente al tiempo de cálculo, por lo que puede ser aconsejable reducirlo. Una forma de conseguirlo es aumentando la distancia entre los puntos del perfil (reduciendo, por tanto, el número de puntos en el análisis de visibilidad), con lo que se no se utiliza plenamente la resolución que permite el MDE. Otra posible opción es limitar el entorno de búsqueda alrededor del punto problema, suponiendo que la probabilidad de que un elemento del relieve arroje sombras sobre otro es reducida a partir de una distancia determinada.

Una variante de esta última opción, que fija límites objetivos a la creación de perfiles, es la siguiente: conocida la altitud máxima existente en el MDE,  $z_{max}$  y la elevación del sol sobre el horizonte  $\gamma$ , un punto del MDE no puede recibir sombra de ningún otro que esté a una distancia superior a  $d_{max} = \tan \gamma / z_{max}$  ya que, de ser así, debería tener una altitud superior a  $z_{max}$ .

Como aplicación del algoritmo de cálculo del ocultamiento topográfico, la Figura 8.2 muestra una secuencia de imágenes que representan los patrones de sombreado sobre el modelo MDE103 para un valor de declinación solar de +22.5° (prácticamente el solsticio de verano) en un periodo de aproximadamente 5 horas desde el orto.

Los algoritmos anteriores permiten conocer qué zonas de un MDE están en sombra para un momento determinado del año (definido exclusivamente por los azimut y elevación solares). El proceso, aplicado al total

Figura 8.2.- Patrones de sombreado calculados sobre el modelo MDE103 (+43.5° de latitud) para una declinación solar de +22.5°. Puede observarse la reducción progresiva de las umbrías hasta su práctica desaparición cuando el sol se sitúa en el SE, con un azimut de 106° y una elevación sobre el horizonte de 46.5°. Los valores de azimut y elevación (en grados) para cada una de las seis imágenes se muestran al pie de la figura entre paréntesis.



1 (58.6,0.4); 2 (64.7,4.1); 3 (74.4, 14.3); 4 (84.1,25.0); 5 (94.3,35.8); 6 (106.4,46.5).

### 8.3 Análisis de la insolación potencial.

Definiremos la insolación potencial en un punto como el tiempo que ese lugar está sometido a la radiación solar directa en ausencia de nubosidad. El cálculo de la insolación potencial es la generalización más directa de los algoritmos presentados en el apartado anterior y es la primera aproximación a la estimación de la radiación solar en términos cuantitativos.

En un ámbito geográfico limitado (con condiciones climáticas similares), puede aceptarse que las diferencias de insolación entre dos puntos en un mismo día del año están exclusivamente condicionadas por el relieve y, más concretamente, por el ocultamiento topográfico, por lo que su análisis puede abordarse a partir del modelo digital de elevaciones. Se asume, en este caso, que las condiciones de nubosidad son similares en toda la zona de estudio, hipótesis que puede aceptarse para áreas de poca extensión, como es el caso de la cubierta por el MDE103.

Suponiendo que se desee conocer la insolación en un punto del MDE a lo largo de un día concreto del año, el método de análisis se plantea como sigue:

1. Se especifican los parámetros básicos (latitud del lugar y declinación solar) del punto problema, cuyo valor de insolación es inicialmente cero.
2. Se generan las posiciones del sol a lo largo del día (en función de los parámetros anteriores) a intervalos predefinidos de tiempo. El resultado es un conjunto de  $n$  posiciones solares definidas por pares de valores de azimut y elevación:  $S(i)$ . Comenzando por  $i=1$  (primera posición solar):
3. Se analiza la posición solar comprobando los siguientes aspectos:
  - 3.1 Si el valor de altura sobre el horizonte es positivo, la posición corresponde al periodo diurno: se continúa en el paso 4.
  - 3.2 Si es de noche e  $i < n$ , se toma la siguiente posición solar,  $S(i+1)$  y se repite el paso 3.

- 3.3 Si es de noche e  $i=n$  (última posición), el análisis ha finalizado y el tiempo de insolación está almacenado en la variable correspondiente.
4. Se realiza el análisis de ocultamiento para la posición solar actual. Pueden ocurrir dos casos:
- 4.1 Existe ocultamiento topográfico (el lugar está en sombra y no recibe luz solar directa): se toma la siguiente posición solar y se continúa en el paso 3.
- 4.2 No existe ocultamiento (la luz solar incide directamente sobre el punto analizado): se añade una unidad al tiempo de insolación, se toma la siguiente posición solar y se continúa en el paso 3.

El proceso debe aplicarse a todos los puntos del MDE para generar un modelo equivalente. El algoritmo siguiente realiza el cálculo de insolación potencial para un punto, definidos previamente la latitud del lugar, la declinación solar y el intervalo de análisis. Este último se introduce en radianes, teniendo en cuenta las equivalencias: 1 hora =  $\pi/12$  rad =  $15^\circ$ .

```
INSOLACION (P : Punto2MD; DEC, LAT, INT: real; INSOL: enter)
```

Calcula el tiempo de insolación para cada elemento de un MDE

---

```
ARGUMENTOS
  P : punto problema
  DEC : declinación solar (radianes)
  LAT : latitud media del MDE (radianes)
  INT : intervalo angular (radianes)
  INSOL : núm. de periodos con insolación
LOCALES
  S : vector con las coordenadas de las posiciones solares
    (Vector3D)
  V : vector con el perfil trazado por la línea de azimut
    (Vector3D)
  NS, NP : respectivamente, número de elementos de los vectores
    S y V (entero)
  I : variable auxiliar (entero)
  OCULTA : ocultamiento topográfico (lógico)
GLOBALES
  ESCALA : distancia entre filas y columnas (real)

```

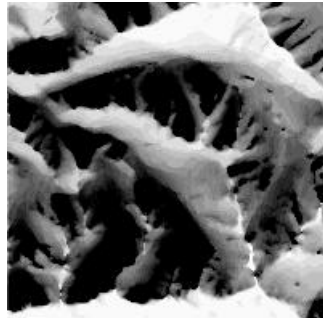
---

```
BEGIN
  INSOL ← 0
  TRAYECTORIA (DEC, LAT, INT, S, NS)
  FOR I=1 TO NS DO
    BEGIN
      PERFILSOL (P, ESCALA, S[I].Y, S[I].Z, V, NP)
      INTERSOMBRA (V, NP, ESCALA, SOMBRA)
      IF NOT SOMBRA THEN INSOL ←← INSOL+1
    END
  END
END
```

---

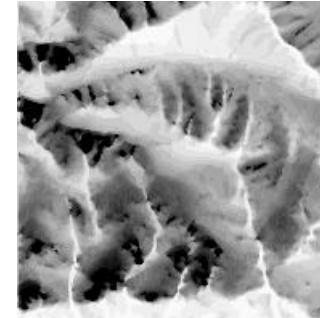
Dado que se trata de una generalización del análisis de ocultamiento topográfico, el proceso es intensivo en lo que se refiere a operaciones numéricas, especialmente cuando deben tratarse todos los puntos de un MDE. Por este motivo, el intervalo de tiempo debe definirse con precaución buscando siempre el mayor periodo compatible con el objetivo del análisis para reducir el tiempo de cálculo.

Figura 8.3.- Modelo de insulación elaborado a partir del MDE103 para una declinación solar de  $-22^\circ$  (solsticio de invierno). En este periodo del año, los contrastes entre laderas pueden ser especialmente notables y amplias zonas pueden quedar en umbría durante todo el ciclo diario (negro). En la imagen, los intervalos entre tonos de gris consecutivos equivalen a 30 minutos de insulación.



Las Figuras 8.3 y 8.4 muestran los resultados de calcular la insulación potencial para el modelo MDE103 de Tormaleo, con dos valores diferentes de declinación solar. El primero corresponde al solsticio de invierno, periodo para el cual el sol tiene el recorrido sobre el horizonte más corto y menores ángulos de elevación. Por este motivo, los contrastes entre laderas pueden ser especialmente notables y amplias zonas pueden quedar en umbría durante todo el ciclo diario. El segundo corresponde a un valor intermedio entre el anterior y los equinoccios. Aunque aún en la mitad fría del año, la trayectoria más elevada del sol permite valores de insulación mayores con lo que las zonas umbrías se reducen y los contrastes locales son menos marcados.

Figura 8.4.- Modelo de insulación elaborado a partir del MDE103 para una declinación solar de  $-12^\circ$ . La trayectoria del sol, algo más elevada que en la Figura 8.3, reduce las zonas en umbría permanente y amortigua los contrastes entre las laderas. En la imagen, los intervalos entre tonos de gris consecutivos equivalen a 30 minutos de insulación.



#### 8.4 Cálculo de la radiación solar.

Hasta el momento, los análisis descritos permiten evaluar solamente si la luz solar directa llega o no a un punto del terreno en función de la topografía. Es obvio, sin embargo, que la energía recibida por una superficie no sólo depende esa circunstancia sino de otros factores, entre los cuales destacan las diferentes combinaciones de pendiente y orientación de las laderas, modificando su exposición al vector solar. En los apartados siguientes se muestra la forma de cuantificar de forma aproximada la radiación solar que una superficie puede recibir potencialmente (en ausencia de nubosidad).



#### 8.4.1 Expresiones básicas.

Sobre una superficie perpendicular a la radiación solar, la energía incidente o **irradiancia** ( $I_n$ ) obedece a la siguiente expresión (Garnier y Ohmura, 1968:796):

$$I_n = I_0 \cdot p^m$$

donde  $I_0$  representa la constante solar ( $1367 \text{ W m}^{-2}$ ),  $p$  la transmitividad media cenital (*mean-zenith-path transmissivity*) y  $m$  la masa óptica de aire (*optical air mass*) (traducción según Lapedes, 1981). Es posible introducir otros factores como, por ejemplo, una corrección para la excentricidad de la órbita terrestre (Vardavas y Cannon, 1989:13) si se considera que su influencia es significativa.

En circunstancias reales, el valor teórico de  $I_n$  se ve modificado por la pendiente y orientación del terreno, lo cual obliga a considerar los ángulos de incidencia del vector solar sobre el mismo. De acuerdo con esto, la expresión de la radiación incidente para un punto  $i$  en un momento concreto del día es:

$$I_i = I_0 \cdot p^m \cdot \cos \left( \left| \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{S} \right| \right)$$

donde, de acuerdo con la notación presentada en apartados anteriores,  $\mathbf{S}$  representa el vector solar y  $\mathbf{P}_i$ , el vector gradiente, normal a la superficie en el punto  $i$ .

La extensión del cálculo para periodos más largos obliga a considerar el cambio de valor de los parámetros que intervienen en la expresión anterior. Así, expresando un periodo mediante sus valores límites de ángulo horario,  $H_1$  y  $H_2$ , la radiación total incidente es (Garnier y Ohmura, 1968:797):

$$I_i = I_0 \int_{H_1}^{H_2} p^m \cdot \cos \left( \left| \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{S} \right| \right) \cdot dH$$

La integración anterior puede realizarse acumulando parciales para pequeños valores de ángulo horario, pero es necesario expresar la masa óptica de aire,  $m$ , en función de  $H$ . Las expresiones para realizar esta operación pueden ser más o menos complejas pero, para los efectos del presente trabajo, puede ser suficiente aceptar la expresión clásica  $m = \sec \left[ \frac{\pi}{2} - \gamma \right]$  o la aproximación propuesta por Williams *et al.* (1972:529) que, para una mejor aproximación, multiplican  $m$  por un factor de corrección en función de la altitud del punto ( $z_i$ ):  $m = \sec \left[ \frac{\pi}{2} - \gamma \right] \cdot \left[ 1 - C_{z_i} \cdot 10^{-4} \right]$ . En ambas expresiones,  $\gamma$  representa la altura del sol sobre el horizonte expresada en radianes.

#### 8.4.2 Los índices de radiación.

Las expresiones anteriores pueden permitir una modelización más o menos real de la radiación solar que potencialmente puede incidir sobre una superficie. Sin embargo, la introducción de factores como la transmitividad y la masa óptica de aire restan simplicidad al modelo e introducen un factor de inexactitud difícilmente evaluable. Frente a este problema, existe una alternativa que puede resultar adecuada para muchos casos.

Esta alternativa consiste en calcular los **índices de radiación** para cada punto del MDE (representados por  $\iota$ ), definidos como *el cociente entre la radiación solar incidente sobre la superficie problema y una superficie horizontal, usada como referencia*. Los índices de radiación pueden elaborarse, bien de forma general, considerando que no existe ocultamiento topográfico, bien de forma específica, analizando la localización concreta de cada punto del modelo (Fernández-Cepedal y Felicísimo, 1987).

En el primer caso, los índices sólo dependen de la latitud y declinación solar, por lo que pueden elaborarse tablas estándar, aplicables de forma general. En áreas montañosas, sin embargo, el ocultamiento topográfico puede tener mayor importancia y resulta necesario el cálculo espe-

cífico con las rutinas presentadas en el apartado anterior. Para un punto  $i$  del modelo, la expresión de cálculo del índice de radiación  $\iota_i$ , es:

$$\iota_i = \int_{H_1}^{H_2} \frac{\cos(\angle \mathbf{P}_i \mathbf{Z} \mathbf{S})}{\cos(\frac{\pi}{2} - \gamma)} \cdot dH$$

El divisor de la fracción es el coseno del ángulo de incidencia del vector solar sobre la horizontal. Incluyendo el análisis del ocultamiento topográfico, el algoritmo que realiza el cálculo anterior toma la forma siguiente:

---

**INDICE** (P: Punto2MD; DEC, LAT, INT, IND : real)  
Calcula el índice de radiación para cada elemento de un MDE

---

ARGUMENTOS

P : punto problema  
DEC : declinación solar (radianes)  
LAT : latitud media del MDE (radianes)  
INT : intervalo angular (radianes)  
IND : índice de radiación

LOCALES

P : punto a analizar (Punto2MD)  
V : vector con las coordenadas de las posiciones solares (Vector3D)  
I, NP : variables auxiliares (entero)  
S10, S01 : gradiente de la superficie normal al vector solar (real)  
COS : variable auxiliar (real)  
PARCIAL1 : acumula la suma de cosenos para el punto problema (real)  
PARCIAL2 : id. para una superficie horizontal (real)  
OCULTA : variable auxiliar (lógico)

GLOBALES

Z : matriz con el MDE (MatrizMD)  
S : matriz de radiación resultante (MatrizMD)  
NFILA, NCOLU : número de filas y columnas del MDE (entero)

---

BEGIN

TRAYECTORIA (DEC, LAT, INT, V, NP)

PARCIAL1 ← 0.0

PARCIAL2 ← 0.0

FOR I=1 TO NP DO

IF V[I].Z>0 THEN

BEGIN

S10 ← -(COS V[I].Y\*TAN (π-V[I].Z))

S01 ← -(SIN V[I].Y\*TAN (π-V[I].Z))

COS ← COS(π-V[I].Z)

PARCIAL2 ← PARCIAL2+COS

INTERSOMBRA (V, NP, SOMBRA)

IF NOT SOMBRA THEN

```

BEGIN
GRADIENTE (P.F, P.C, A10, A01)
ANGULO (A10, A01, S10, S01, COS)
IF COS>0 THEN PARCIAL1 ← PARCIAL1+COS
END
END
S[P.F,P.C] ← ROUND(PARCIAL1/PARCIAL2)*100
END
END

```

---

El algoritmo propuesto acumula los cosenos de los ángulos de incidencia del vector solar sobre la horizontal y sobre la superficie problema durante el periodo diurno. En el último caso, sólo se tienen en cuenta los periodos sin ocultamiento topográfico mientras que en la horizontal se supone sin ocultamiento para que sirva de referencia general. Los índices se almacenan, multiplicados por 100, como números enteros .

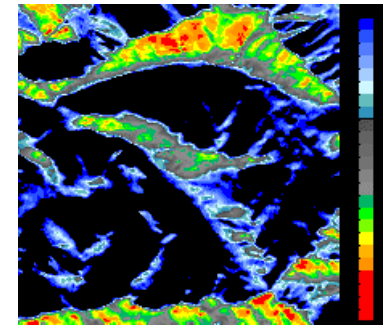
En el caso de que se desee elaborar una tabla de validez general, sin tener en cuenta el ocultamiento topográfico, deben eliminarse las líneas que condicionan el proceso a la rutina de ocultamiento y generar artificialmente los valores de gradiente para el terreno (Felicísimo y Fernández-Cepedal, 1984).

Cabe destacar que los índices de radiación pueden ofrecer información suficiente sobre las condiciones climáticas locales para muchos estudios ambientales, sin necesidad de acudir a estimaciones cuantitativas más azarosas y posiblemente innecesarias. En efecto, los índices representan una medida objetiva de las diferencias dentro del modelo en lo que a radiación solar se refiere, basada exclusivamente en criterios geométricos y sin que aparezcan variables de valor desconocido, sólo estimables mediante aproximaciones más inciertas.

Las Figuras 8.5 y 8.6 muestran dos ejemplos de modelos construidos con los índices de radiación correspondientes a valores de declinación solar de -22.5 y 0.0 grados, a partir del MDE103. Se han elaborado las leyendas con la misma misma escala para facilitar la comparación, aunque

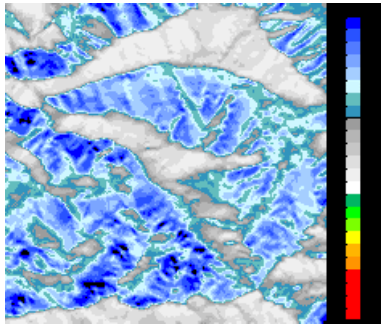
debe recordarse que estos índices tienen valores relativos a la horizontal, por lo que sólo son indicativos de los contrastes locales.

Figura 8.5.- Índices de radiación correspondientes al modelo MDE103 para una declinación solar de  $-22.8^\circ$  (solsticio de invierno). Puede comprobarse que los contrastes entre laderas con diferente exposición a la radiación solar son mucho más fuertes en la época invernal que en la estival. Los motivos residen en la corta y baja trayectoria del sol sobre el horizonte, que hace que el valor de referencia para la superficie horizontal sea relativamente reducido con respecto a las orientaciones al Sur. Asimismo, como las zonas con ocultamiento permanente son frecuentes en áreas montañosas, las condiciones de radiación solar pueden hacer variar los índices de radiación entre 0 y 3.



La escala situada a la derecha de las imágenes representa los valores de los índices de radiación con intervalos de 0.10, partiendo de 0.0 (negro) hasta 2.40 o mayor (última celda de la leyenda).

Figura 8.6.- Índices de radiación correspondientes al modelo MDE103 para una declinación solar de  $0^\circ$ . Las condiciones climáticas en los equinoccios tienen un interés especial, sobre todo en la primavera ya que es una estación de fuerte desarrollo de la vegetación. En este periodo, un déficit de radiación solar puede actuar como factor limitante del crecimiento, tanto al influir directamente sobre la actividad fotosintética como sobre la temperatura.



### 8.4.3 Cálculo de la irradiancia.

La estimación de la irradiancia implica ya la obtención de resultados en términos de energía, para lo cual es posible utilizar al menos dos métodos diferentes. El primero se basa en la utilización de parámetros teóricos, partiendo del valor de la constante solar para realizar estimaciones más o menos precisas de la irradiancia máxima o potencial. El segundo utiliza los índices de radiación expresamente elaborados para un modelo, tomando como datos complementarios los valores medidos en un observatorio cercano.

En el primer caso, no es posible evaluar la influencia de la nubosidad, por lo que los valores obtenidos son máximos potenciales. Por este motivo, en los lugares donde la nubosidad es frecuente, los resultados no ofrecen más información que los índices de radiación ya que no cabe considerarlos válidos en términos absolutos.

En el segundo caso, el método a seguir es diferente: dado que la irradiancia en un observatorio meteorológico se mide sobre una superficie horizontal ( $I_h$ ), la correspondiente a la zona de estudio viene dada por el producto de aquella y su índice de radiación:  $I_i = I_h \cdot \tau_i$ . Una importante diferencia entre este método y el anterior es que la influencia de la nubosidad está implícita en el valor de referencia, por lo cual los resultados obtenidos se aproximarán con mayor probabilidad a los valores reales. El requisito para que la estimación sea acertada es que las condiciones meteorológicas medias deben ser similares en la estación de referencia y en la zona estudiada.

Si las medidas de irradiancia en los observatorios meteorológicos separan la componente directa de la difusa, es posible incluir esta última en la evaluación, de forma similar a la presentada para la creación de los modelos de reflectancia. Llamando  $D_h$  a la componente difusa de la irradiancia para una superficie horizontal, la expresión de cálculo depende exclusivamente de la pendiente del punto:  $D_i = D_h \cdot \cos^2 \left( \theta_i / 2 \right)$  (Horn y Sjöberg, 1979:1178).

Finalmente, en las Figuras 8.7 y 8.8 se muestran los valores estimados de irradiancia correspondientes al modelo MDE103 para diferentes épocas del año calculando de los índices de radiación y multiplicándolos por los valores de irradiancia medidos en el Observatorio Meteorológico de Oviedo. La escala se expresa en unidades absolutas ( $\text{kJ m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ ) por lo que la comparación entre diferentes estaciones del año se hace de forma más directa que con los índices de radiación. Las clases corresponden a intervalos en la forma siguiente: clase 0 : menor de 1000; clase 1: 1001-2000, clase 2: 2001-3000, ..., clase 15: 15001 o mayor.

Figura 8.7.- Valores de irradiancia para el modelo MDE103 correspondientes al solsticio de invierno (declinación solar de  $-22^\circ$ ) calculados en función de las medidas tomadas en el Observatorio Meteorológico de Oviedo. Los valores de la leyenda se corresponden con los intervalos de clase indicados en el texto principal (expresados en  $\text{kJ m}^{-2} \text{dia}^{-1}$ ).

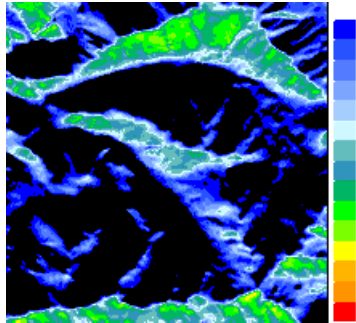
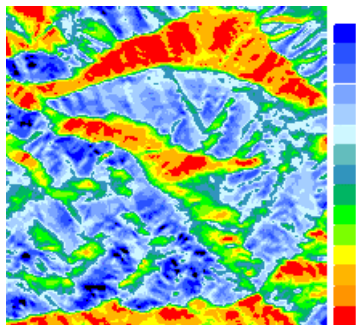


Figura 8.8.- Valores de irradiancia para el modelo MDE103 correspondientes a los equinoccios de primavera y otoño (declinación solar de  $0^\circ$ ) calculados en función de las medidas tomadas en el Observatorio Meteorológico de Oviedo. Los valores de la leyenda se corresponden con los intervalos de clase indicados en el texto principal (expresados en  $\text{kJ m}^{-2} \text{dia}^{-1}$ ).



Una de las aplicaciones de mayor interés de los modelos de irradiancia es el estudio de su posible correlación con la distribución de la vegetación. Aunque es difícil asignar relaciones causa-efecto sin un análisis completo y cuidadoso (una línea de trabajo a desarrollar en el futuro), sí puede apreciarse mediante algunas pruebas sencillas si existe una distribución preferente de las formaciones vegetales en determinadas clases de irradiancia.

Para ilustrar este aspecto, se ha utilizado un mapa de vegetación actualizado de la zona cubierta por el MDE103 de Tormaleo (INDUROT, 1990). Este mapa, originalmente en formato vectorial e integrado en la base de datos cartográfica del INDUROT, fué transformado a formato matricial para su correcta superposición con los modelos digitales. De su leyenda original, compuesta por 44 clases de vegetación, se han utilizado para el ensayo sólo 3 categorías: bosques, piornales y brezales. En la categoría de bosques se han incluido todas las formaciones arbóreas espontáneas (representadas mayoritariamente por hayedos y robledales). Los piornales agrupan formaciones con porte entre 1 y 2 m, con dominancia de especies del género *Genista* y *Cytisus* (especialmente *G. polygaliphylla* y *C. scoparius*). En la tercera categoría, la formación predominante por su extensión es el brezal de brezo rojo, *Erica aragonensis*, un matorral acidófilo abundante en la zona.

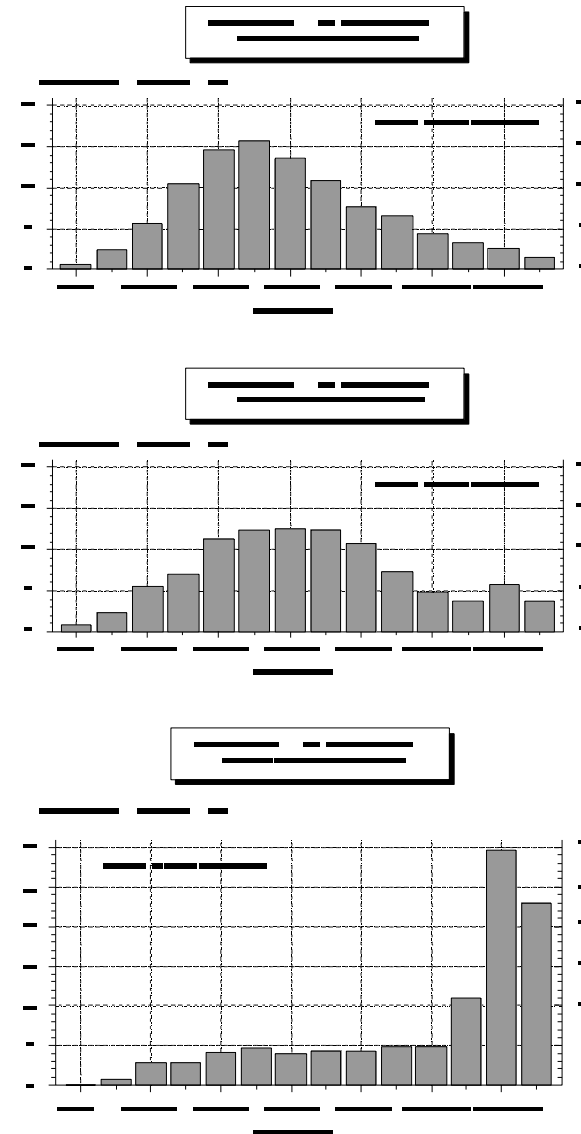
Para comprobar la posible correlación entre las 3 categorías de vegetación seleccionadas (bosques, piornales y brezales) y las clases de irradiancia, se han elaborado las tablas de contingencia pertinentes. El modelo elegido ha sido el correspondiente a los equinoccios, que puede considerarse una aproximación de la irradiancia media anual. La representación gráfica de las distribuciones de frecuencias encontradas se muestran en la Figura 8.7. En ella puede verse una distribución diferencial de las 3 categorías de vegetación con respecto a los valores de irradiancia.

Los brezales de *Erica aragonensis* constituyen una etapa de sustitución de series como la del roble albar oligótrofa (*Quercus petraea*) y, en las zonas más secas, la del rebollo (*Quercus pyrenaica*). Consecuentemente, aparecen con preferencia en las solanas, beneficiados por la frecuencia de quemadas e incendios que han hecho desaparecer las etapas climáticas de

las series. Los piornales ocupan suelos menos degradados que los brezales y representan una fase de sustitución en las series de la mayor parte de los bosques de la zona. Su distribución se asemeja a la de éstos, pero puede observarse la tendencia a ocupar situaciones menos umbrías. Los bosques, finalmente, manifiestan una distribución en situaciones con insolarción algo más reducida que la media, pero evitando las localidades más umbrías.

Sin necesidad de entrar en interpretaciones (necesariamente parciales dado lo genérico de las categorías y el único modelo de irradiancia utilizado), los resultados anteriores muestran claramente que este tipo de análisis puede ofrecer datos complementarios útiles para la comprensión de la distribución de la cubierta vegetal. Esta potencialidad aparece aún más clara ante la posibilidad de integrar los modelos digitales en los sistemas de información geográfica, con lo que un mayor número de variables se hace accesible para análisis multifactorial.

Figura 8.7.- Histogramas que muestran la distribución de las tres categorías de vegetación más representativas (por extensión) en la zona cubierta por el MDE103, frente a los valores de irradiancia (página siguiente)



## 9 BIBLIOGRAFÍA

- Allam, M.M.** (1978): "DTM application in topographic mapping". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 44(12): 1513-1520.
- Aracil, J.** (1986): *Máquinas, sistemas y modelos. Un ensayo sobre sistémica*. Tecnos, 282 pág. Madrid.
- Balce, A.E.** (1987): "Determination of optimum sampling interval in grid digital elevation models (DEM) data acquisition. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 53(3): 323-330.
- Band, Lawrence E.** (1986): "Topographic partition of watersheds with digital elevation models". *Water Resources Research*, 22(1): 15-24.
- Band, Lawrence E.** (1989): "Spatial aggregation of complex terrain". *Geographical Analysis*, 21(4): 279-293.
- Bernstein, Ralph** (1983): "Image geometry and rectification". En Colwell (Ed.)(1983): 873-922.
- Berry, J.K.** (1987): "Computer assisted map analysis: potential and pitfalls". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 53(10): 1405-1410.
- Berry, J.K.** (1988): "Maps as data: fundamental considerations in computer-assisted map analysis". *GIS/LIS'88 Proceedings*: 273-284. San Antonio, Texas.
- Burrough, P.A.; Deursen, W. van; Heuvelink, G.** (1988): "Linking spatial process models and GIS: a marriage of convenience or a blossoming partnership?". *GIS/LIS'88 Proceedings*: 598-607. San Antonio, Texas.
- Buttenfield, B.P.; Mackaness, W.A.** (1991): "Visualization". En Maguire et al. (1991), vol. 1: 427-443.
- Carrara, A.; Cardinali, M.; Detti, R.; Guzetti, F.; Pasqui, V.; Reichenbach, P.** (1991): "GIS techniques and statistical models in evaluating landslide hazard". *Earth Surface Processes and Landforms*, 16: 427-445.
- Carter, J.R.** (1988): "Digital representation of topographic surfaces". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 54(11): 1577-1580.
- Chapman, C.A.** (1952): "A new quantitative method of topographic analysis". *American Journal of Science*, 250: 428-452.
- Chorley, R.J.** (1972): *Spatial analysis in geomorphology*, 393 pág. Methuen, London.
- Chuvienco, E.; Congalton, R.G.** (1989): "Application of remote sensing and Geographic Information Systems to forest fire hazard mapping". *Remote Sensing of the Environnement*, 29: 147-159.

- Chuvieco, Emilio** (1990): *Fundamentos de teledetección espacial*. Ediciones Rialp, 453 pág. Madrid.
- Clarke, Keith C.** (1988): "Scale-based simulation of topographic relief". *The American Cartographer*, 15(2): 173-181.
- Clarke, Keith C.** (1990): *Analytical and computer cartography*. Prentice Hall, 290 pág. Englewood Cliffs, New Jersey.
- Claus, M.** (1984): "Digital terrain models through digital stereo correlation". *Photogrammetria*, 39(4-6): 183-192.
- Collins, Stanley H.** (1975): "Terrain parameters directly from a digital terrain model". *The Canadian Surveyor*, 29(5): 507-518.
- Colwell, Robert N.** (Ed.)(1983): *Manual of remote sensing*. American Society of Photogrammetry, 2 vol., 2440 pág. Virginia.
- Craig, R.G.; Craft, J.L.** (Eds.)(1980): *Applied Geomorphology. Proceedings of the "Binghamton" Geomorphology Symposium, 11 th.* Kent State University.
- Craig, R.G.** (1980): "Criteria for constructing optimal digital terrain models". En Craig y Craft (Eds.)(1980): 108-130.
- Davis, John C.** (1973): *Statistics and data analysis in geology*. Kansas Geological Survey, 550 pág. John Wiley & Sons. New York.
- Day, T.; Muller, J.P.** (1989): "Digital elevation model production by stereo image pairs: a comparison of algorithms". *Image Vision Comput.*, 7(2): 95-101.
- Devereux, B.J.** (1985): "The construction of digital terrain models on small computers". *Computers & Geosciences*, 11(6): 713-724.
- Dolton, L.; Dueker, K.J.** (1986): "A comparison of functionality of grid and vector data structures in a microcomputer environment". En Niemann (Ed.)(1986), vol. 1: 214-231.
- Douglas, David H.** (1986): "Experiments to locate ridges and channels to create a new type of digital elevation model". *Cartographica*, 23(4): 29-61.
- Doyle, F.J.** (1978): "Digital terrain models: an overview". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 44(12): 1481-1485.
- Dozier, Jeff; Strahler, Alan H.** (1983): Ground investigations in support of remote sensing. En Colwell (Ed.)(1983): 959-986.
- Duda, R.D.; Hart, P.E.** (1973): *Pattern classification and scene analysis*. John Wilwy and Sons, 482 pág. New York. En Schowengerdt (1983): 145.
- Ebner, Heinrich; Reinhardt, Wolfgang** (1984): *Progressive sampling and DEM interpolation by finite elements*. Sonderdruck aus BuL 3a, 9 pág. Zeiss, Oberkochen.



- Ebner, Heinrich; Reinhardt, Wolfgang; Höbner, Rainer** (1984): "Generation, management and utilization of high fidelity digital terrain models". *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 27(B11): 556-566.
- Erdas** (1991a): *Erdas Field Guide. Version 7.5*. Erdas Inc., 394 pág. Atlanta.
- Erdas** (1991b): *Terrain analysis*. Erdas Inc., 40 pág. Atlanta.
- ESRI** (1989): *Users Guide. Arc/Info. Volume 2. Command References*. Environmental Systems Research Institute. Redlands, California.
- Evans, Ian S.** (1972): General geomorphometry, derivatives of altitude, and descriptive statistics. En Chorley (1972): 17-90.
- Felicísimo Pérez, A.M.; Fernández Cepedal, G.** (1984): "Estimación de la radiación solar incidente en laderas con pendiente y orientación variables". *Studia Oecologica*, 3(1/2): 267-283.
- Felicísimo, A.M.; García-Manteca, P.** (1990): "Corrección del efecto topográfico de las imágenes Landsat mediante el uso de un modelo digital de elevaciones". *III Reunión Científica del Grupo de Trabajo en Teledetección*: 209-216. Asociación Española de Teledetección. Madrid.
- Felicísimo, A.M.; García-Manteca, P.; Marquínez, J.** (1993): "Efectos de la corrección del efecto topográfico en las imágenes Landsat sobre la clasificación de la vegetación y usos del suelo". *Teledetección y Medio Ambiente. IV Reunión Científica Asociación Española de Teledetección*: 251-256. Sevilla, 1991.
- Felicísimo, A.M.** (1992): *Aplicaciones de los modelos digitales del terreno en las ciencias ambientales*. Tesis Doctoral, 235 pág. Instituto de Recursos Naturales y Ordenación del Territorio (INDUROT), Universidad de Oviedo.
- Fernández Cepedal, G; Felicísimo, A.M.** (1987): "Método de cálculo de la radiación solar incidente en áreas con apantallamiento topográfico". *Revista de Biología de la Universidad de Oviedo*, 5: 109-119.
- Flach, J.D.; Chidley, T.R.E.** (1988): "Digital elevation models and their application to remote sensing of water resources". *Proceedings of the 1988 International Geoscience and Remote Sensing Symposium (Igarss)*, vol. 3: 1545-1546. Aston University.
- Franklin, S.E.; LeDrew, E.F.** (1983): "An assessment of information from DEM variables and Landsat MSS data for an area of high relief". *9th Canadian Symposium on Remote Sensing*: 451-460.
- Franklin, Steven E.** (1987a): "Geomorphometric processing of digital elevation models". *Computers & Geosciences*, 13(6): 603-609.
- Franklin, Steven E.** (1987b): "Terrain analysis from digital patterns in geomorphometry and Landsat MSS spectral response".

*Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 53(1): 59-65.

**Franklin, Steven E.; Peddle, Derek R.** (1987): "Texture analysis of digital image data using spatial cooccurrence". *Computers & Geosciences*, 13(3): 293-311.

**García Asensio, L.; Lumbreras Crespo, J. Javier** (1992): "El modelo digital del terreno MDT200 del Instituto Geográfico Nacional: descripción general y resultados". *Mapping*, 1(3): 38-42.

**Garnier, B.J.; Ohmura, Atsumu** (1968): "A method of calculating the direct shortwave radiation income of slopes". *Journal of Applied Meteorology*, 7(10): 796-800.

**Goolchild, Michael F.; Mark, David M.** (1987): "The fractal nature of the geographic phenomena". *Annals of the Association of the American Geographers*, 77(2): 265-278.

**Goshtasby, A.; Stockman, G.C.; Page, C.V.** (1986): "A region-based approach to digital image transformation with subpixel accuracy". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, GE-24(3): 390-399.

**Goshtasby, A.** (1988): "Registration of images with geometric distortions". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 26(1): 60-64.

**Gregory, K.J.; Walling, D.E.** (1973): *Drainage basin, form and process. A geomorphological approach*. Edward Arnold, 458 pág. London.

**Guindon, B.; Goodenough, D.G.; Teillet, P.M.** (1982): "The role of digital terrain models in the remote sensing of forests". *Canadian Journal of Remote Sensing*, 8(1): 4-16.

**Hannah, M.J.** (1981): "Error detection and correction in Digital Terrain Models". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 47(1): 63-69.

**Harrington, Steven** (1987): *Computer graphics. A programming approach*. Computer Science Series, 466 pág. McGraw-Hill Book Co, Singapore.

**Heywood, H.** (1964): "Standard date periods with declination limits". *Nature*, 204: 768.

**Hinse, Mario; Gwyn, Q.H.J.; Bonn, F.** (1988): "Radiometric correction of C-band imagery for topographic effects in regions of moderate relief". *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 26(2): 122-132.

**Hobson, R.D.** (1967): *Fortran IV programs to determine surface roughness in topography for the CDC 3400 computer*. Northwestern University. Evanston, 28 pág. Illinois.

**Hobson, R.D.** (1972): "Surface roughness in topography: quantitative approach". En Chorley (1972): 221-245.

- Holben, Brent N.; Justice, Christopher O.** (1980): "The topographic effect on spectral response from nadir-pointing sensors". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 46(9): 1191-1200.
- Horn, Berthold K.P.; Sjöberg, Robert W.** (1979): "Calculating the reflectance map". *Applied Optics*, 18(11): 1770-1779.
- Horton, R.E.** (1932): "Drainage basin characteristics". *Transactions of the American Geophysical Union*, 13: 350-361.
- Horton, R.E.** (1945): "Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative geomorphology". *Geological Society American Bulletin*, 56(3): 275-370.
- Hutchinson, M.F.** (1989): "A new procedure for gridding elevation and stream line data with automatic removal of spurious pits". *Journal of Hydrology*, 106: 211-232.
- Hutchinson, M.F.; Dowling, T.I.** (1991): "A continental hydrological assessment of a new grid-based digital elevation model of Australia". *Hydrological Processes*, 5: 45-58.
- INDUROT** (1990): *Cartografía temática ambiental de la Cordillera Cantábrica. Fase II: Hojas 76-I (Carballo), 100-II (Degaña)*, 2 vol., 120 pág.+ mapas. Universidad de Oviedo (inédito).
- James, Mike** (1988): *Pattern recognition*. John Wiley & Sons, 144 pág. New York.
- Jeffery, Tom** (1987): "Mimicking mountains". *Byte*, 12(12): 337-344.
- Jenson, S.K.; Domingue, J.O.** (1988): "Extracting topographic structure from digital elevation data for geographic information system analysis". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 54(11): 1593-1600.
- Joly, F.** (1988): *La cartografía*. Oikos-Tau. Barcelona.
- Jones, A.R.; Settle, J.J.; Wyatt, B.K.** (1988): "Use of digital terrain data in the interpretation of SPOT-1 HRV multispectral imagery". *International Journal of Remote Sensing*, 9(4): 669-682.
- Kaufmann, D.S.; Haja, S.R.** (1988): "Extraction of dense digital elevation models from SPOT stereo imagery". *Proceedings of the 1988 International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, vol. 1: 477-478. Igarss.
- Keates, John S.** (1988): *Cartographic design and production*. Longman Scientific & Technical, 2ª ed., 261 pág. New York.
- Keefer, B.J.; Smith, J.L.; Gregoire, T.G.** (1988): "Simulating manual digitizing error with statistical models". *GIS/LIS '88 Proceedings*, vol. 1: 475-483. San Antonio.
- Klein, Dennis H.** (1988): "User expectations for selecting a micro-computer-based municipal automated mapping/land information

- system (AM/LIS). *GIS/LIS'88 Proceedings*, vol. 2: 550-560. San Antonio, Texas.
- Lanter, D.P.; Veregin, H.** (1990): "A lineage meta-database program for propagating error in geographic information systems". *GIS/LIS '90 Proceedings*: 144-153.
- Lapedes, Daniel N.** (Red.)(1981): *Diccionario de términos científicos y técnicos*, vol 5. (pág. 2163-2839). McGraw-Hill-Boixareu Ed. Barcelona-México.
- Lebart, Ludovic; Morineau, Alain; Fénelon, Jean-Pierre** (1985): *Tratamiento estadístico de datos. Métodos y programas*. Marcombo, 520 pág. Barcelona.
- Maguire, D.J.** (1989): *Computers in geography*. Longman Scientific & Technical, 239 pág. London.
- Maguire, D.J.; Goodchild, M.F.; Rhind, D.W.** (Eds.)(1991): *Geographical Information Systems. Principles and applications*, 2 vol., 649+447 pág. Longman Scientific & Technical. Methuen, London.
- Makarovic, B.** (1973): "Progressive sampling for digital terrain models". *ITC Journal*, xx(xx): 397-416.
- Maling, D.H.** (1968): "How long is a piece of string?". *The Cartographic Journal*, 5(2): 147-156.
- Mandelbrot, Benoît** (1967): "How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension". *Science*, 156: 636-638.
- Mandelbrot, Benoît** (1984): "De los monstruos de Cantor y Peano a la geometría fractal de la naturaleza". *Pensar la Matemática*: 111-138. Cuadernos Infimos, 114. Tusquets Editores. Barcelona.
- Mardia, K.V.** (1972): *Statistics of directional data*. Academic Press. London.
- Mark, David M.** (1975): "Geomorphometric parameters: a review and evaluation". *Geografiska Annaler*, 57A (3-4): 165-177.
- Mark, David M.** (1979): "Phenomenon-based data-structuring and digital terrain modelling". *Geo-Processing*, 1: 27-36.
- Marquínez, J.; Felicísimo, Angel M.; García-Manteca, P.** (1991): *Influencia del relieve en la cartografía de la vegetación con imágenes de satélite*. INDUROT, 45 pág. Universidad de Oviedo (informe inédito).
- Menéndez Díaz, Agustín** (1992): *Caracterización de un sistema gráfico orientado a la ingeniería del terreno*. Tesis Doctoral, 155 pág. Departamento de Explotación y Prospección de Minas, Universidad de Oviedo (inédita).

- Merchant, D.C.** (1987): "Spatial accuracy specification for large scale topographic maps". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 53(7): 958-961. En Veregin (1989a).
- Mike, James** (1985): *Classification algorithms*. Collins, 209 pág. London.
- Miller, C.L.; Laflamme, R.A.** (1958): "The digital terrain model-theory and application". *Photogrammetric Engineering*, 24(3): 433-442.
- Moellering, H.** (1983): "Designing interactive cartographic systems using the concepts of real and virtual maps". En Clarke, K.C. (1990:5).
- Moore, I.D.; O'Loughlin, E.M.; Burch, G.J.** (1988): "A contour-based topographic model for hydrological and ecological applications". *Earth Surface Processes and Landforms*, 13: 305-320.
- Mulla, David J.** (1988): "Using geostatistics and spectral analysis to study spatial patterns in the topography of southeastern Washington State, U.S.A.". *Earth Surface Processes and Landforms*, 13: 389-405.
- Niemann, B.J.** (Ed.)(1986): *Papers from Annual Conference of the Urban and Regional Information Systems Association*, 2 vol. Denver.
- O'Loughlin, E.M.** (1986): "Prediction of surface saturation zones in natural catchments by topographic analysis". *Water Resources Research*, 22(5): 794-804.
- Oliver, M.A.; Webster, R.** (1990): "Kriging: a method of interpolation for geographical information systems". *International Journal of Geographic Information Systems*, 4(3): 313-332.
- Oswald, H.; Raetzsch, H.** (1984): "System for generation and display of digital elevation models". *Geo Processing*, 2(2): 197-218.
- Papo, H.B.; Gelbman, E.** (1984): "Digital terrain models for slopes and curvatures". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 50(6): 695-701.
- Park, S.K.; Schowengerdt, R.A.** (1982): "Image reconstruction by parametric cubic convolution". En Colwell (Ed.)(1983:735).
- Peucker, T.K.; Fowler, R.J.; Little, J.J.; Mark, D.M.** (1978): "The triangulated irregular network". *Proceedings of the ASP Digital Terrain Models (DTM) Symposium*: 516-540. American Society of Photogrammetry. Falls Church, Virginia.
- Peucker, T.; Douglas, D.H.** (1975): "Detection of surface-specific points by local parallel processing of discrete terrain-elevation data". *Computer Graphics and Image Processing*, 4(4): 375-387.

- Pike, Richard J.** (1988): "The geometric signature: quantifying landslide-terrain types from digital elevation models". *Mathematical Geology*, 20(5): 491-510.
- Polidori, Laurent** (1992): "Aptitudes et limitations de radar à ouverture synthétique pour la cartographie". *Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie et Télédétection*, (125): 41-49.
- Popper, Karl R.** (1984): *Post Scriptum a La lógica de la investigación científica. Vol. II. El universo abierto. Un argumento a favor del indeterminismo*. Tecnos, 208 pág. Madrid.
- Press, William H.; Flannery, Brian P.; Teukolsky, Saul A.; Vetterling, William T.** (1986): *Numerical recipes. The art of scientific computing*. Cambridge University Press, 797 pág. Cambridge.
- Roessel, J.W.** (1988): "Conversion of cartesian coordinates from and to generalized balance ternary addresses". *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 54(11): 1565-1570.
- Rogers, D.F.; Adams, J.A.** (1976): *Mathematical elements for computer graphics*. McGraw-Hill Book Company, 239 pág. New York.
- Romero Díaz, M.A.; López Bermúdez, F.** (1987): "Morfometría de redes fluviales: revisión crítica de los parámetros más utilizados y aplicación al alto Guadalquivir". *Papeles de Geografía (Física)*, 12: 47-62.
- Royle, A.G.; Clausen, F.L.; Frederiksen, P.** (1981): "Practical universal kriging and automatic contouring". *Geo-Processing*, 1:377-394
- Ruckdeschel, F.R.** (1981): *Basic Scientific Subroutines*. Byte/McGraw Hill, 2 vol., 315+790 pág. New York.
- Samet, Hanan; Rosenfeld, Azriel; Shaffer, Clifford A.; Webber, Robert E.** (1984): "A geographic information system using quadrees". *Pattern Recognition*, 17(6): 647-656.
- Santaló, Luis A.** (1964): *Vectores y tensores*. EUDEBA, Editorial Universitaria de Buenos Aires (3ª ed.), 381 pág. Buenos Aires.
- Schowengerdt, Robert A.** (1983): *Techniques for image processing and classification in remote sensing*. Academic Press, Inc., 249 pág. Orlando, Florida.
- Sharpnack, David A.; Akin, Garth** (1969). "An algorithm for computing slope and aspect from elevations". *Photogrammetric Engineering*, 35: 247-248.
- Sokal, Robert R.; Rohlf, F. James** (1979): *Biometría. Principios y métodos estadísticos en la investigación biológica*. H. Blume Ediciones (1ª ed. de W.H. Freeman and Co., 1969), 832 pág. Madrid.
- Steinhaus, H.** (1954): "Length, shape and area". *Colloquium Mathematicum*, 3 (Fasc. 1): 1-13.

- Strahler, A.N.** (1952): "Dinamic basis of geomorphology". *Geological Society American Bulletin*, 63: 923-938.
- Swift, Lloyd W.** (1976): "Algorithm for solar radiation on mountain slopes". *Water Resources Research*, 12(1): 108-112.
- Tomlin, C. Dana** (1990): *Geographic Information Systems and cartographic Modeling*. Prentice Hall, 249 pág. New Jersey.
- Tribe, Andrea** (1991): "Automated recognition of valley heads from digital elevation models". *Earth Surface Processes and Landforms*, 16: 33-49.
- Turner, J.C.** (1970): *Matemática moderna aplicada. Probabilidades, estadística e investigación operativa*. Alianza Editorial, 550 pág. Madrid.
- Upton, J.G. Graham; Fingleton, Bernard** (1989): *Spatial data analysis by example. Vol. 2. Categorical and directional data*. John Wiley & Sons, 416 pág. Chichester.
- USGS** (1979): *The quiet revolution in mapping*. Reprint from USGS Annual Report, Fiscal Year 1979, 15 pág. U.S. Department of the Interior/Geological Survey.
- Vardavas, Ilias M.; Cannon, Lisa M.** (1989): *A simple computer model for terrestrial and solar radiation transfer*. Supervising Scientist for the Alligator Rivers Region, Technical Memorandum 26, 52 pág. Canberra.
- Veregin, H.** (1989a): *A taxonomy of error in spatial databases*. NCGIA, National Center for Geographic Information and Analysis. Technical Paper 89-12, 115 p.
- Veregin, H.** (1989b): "A review of error models for vector to raster conversion". *The Operational Geographer*, 7(1): 11-15.
- Wallace, T.** (1988): "Raster and vector data integration: past techniques, current capabilities, and future trends". *GIS/LIS '88 Proceedings*: 418-426. San Antonio, Texas.
- Walton, Desmond J.** (1989): "Contour map partitioning for computer processing". *Computing in Civil Engineering Proceedings*: 691-698. Sixth Conference, TCCP/ASCE. Atlanta, Georgia.
- Weibel, R.; Heller, M.** (1991): "Digital terrain modelling". En Maguire et al. (1991), vol. 1: 269-297.
- Weibel, Robert; DeLotto, Joseph S.** (1988): "Automated terrain classification for GIS modeling". *GIS/LIS '88 Proceedings*: 618-627. San Antonio, Texas.
- Williams, L.D.; Barry, R.G.; Andrews, J.T.** (1972): "Application of computed global radiation for areas of high relief". *Journal of Applied Meteorology*, 11(4): 526-533.
- Yoeli, P.** (1983): "Digital terrain models and their cartographic and cartometric utilisation". *The Cartographic Journal*, 20(1): 17-22.

**Zar, Jerrold H.** (1984): *Biostatistical analysis*. Prentice-Hall, 717 pág. New Jersey.



## 10 ESTRUCTURAS DE DATOS

La realización práctica de las aplicaciones presentadas en los capítulos precedentes ha exigido la programación de los algoritmos en un lenguaje concreto y su integración en un conjunto de programas funcional. Los detalles de la ejecución práctica de las aplicaciones queda fuera de los objetivos del presente trabajo, destinado más bien a presentar unos métodos y algoritmos genéricos, de validez general. Sin embargo, debido a las inevitables referencias que se han hecho en el texto a cuestiones relacionadas con estos aspectos prácticos, se presentan a continuación las estructuras de datos utilizadas, expresadas según las convenciones del lenguaje Pascal:

### 10.1 Constantes.

Definen las dimensiones máximas de las estructuras de datos y se encuentran sólo limitadas por las características del compilador del lenguaje utilizado:

NUMELEMVECTOR : número de elementos de un vector

NUMMAXCOLU : número máximo de columnas en un MDT

NUMMAXFILA : número máximo de filas en un MDT

### 10.2 Estructuras de datos.

Definen la forma de almacenamiento de los elementos más comunes: estructuras geométricas o de los modelos digitales.

#### 10.2.1 Estructuras geométricas.

##### COMENTARIOS

Punto2D = record x,y : real end;	punto en un espacio 2D, definido por sus valores de coordenadas (x, y)
Punto2MD = record f,c : integer end;	punto definido por sus valores de su fila y columna en el MDT
Punto3D = record x,y : real z : integer end;	punto en un espacio 3D, definido por sus valores de coordenadas (x, y, z)
Punto3MD = record x,y,z : integer end;	punto definido por sus valores de fila, columna y valor en el MDT
Segmento2D = array [1..2] of Punto2D	segmento rectilíneo en un espacio 2D
Segmento3D = array [1..2] of Punto3D	segmento rectilíneo en un espacio 3D
Vector1D = array [1..NumElemVector] of real	vector de números reales
Vector2D = array [1..NumElemVector] of Punto2D	vector de puntos en un espacio 2D

```

Vector2MD = array          vector de ele-
  [1..NumElemVector]      mentos de un
  of Punto2MD              MDT

Vector3D = array           vector de pun-
  [1..NumElemVector]      tos en un espa-
  of Punto3D               cio 3D

Vector3MD = array         vector de ele-
  [1..NumElemVector]      mentos de un
  of Punto3MD              MDT con sus va-
                           lores respecti-
                           vos

```

```

Entorno3 = array [1..3,1..3] ventana de 3x3 (con cam-
  of real          bio de tipo a real)

```

Es conveniente destacar el método de almacenamiento de los modelos en la memoria del ordenador. En principio, un MDT puede almacenarse como una matriz de datos y, por tanto, como una estructura del tipo ARRAY [1..NUMMAXFILA, 1..NUMMAXCOLU]. Este método no plantea problemas salvo por que es frecuente que los lenguajes utilizados en microordenadores estén limitados al manejo de estructuras de datos menores de 64 kb. El uso de una estructura dinámica de datos como el vector de punteros MATRIZMD (que apuntan a las filas del modelo) permite manejar zonas diferentes de memoria y ampliar la capacidad de manejar modelos de dimensión superior. En el caso de utilizar modelos excesivamente grandes debe replantarse la entrada y salida de los datos para trabajar sobre el disco duro y no en memoria.

### 10.2.2 Estructuras relativas a los modelos.

```

NombreMD = string[40]      almacena el nombre del
                           modelo

PtrDat = ^FilaMD           puntero hacia las filas
                           del modelo

FilaMD = array             estructura de
  [1..NumMaxColu] of      una fila de un
  word                    modelo

MatrizMD = array           estructura de
  [1..NumMaxFila] of     un MDT
  PtrDat

```